

## 今週の工学の基礎 2012 年第 5 回

丸山大介\*

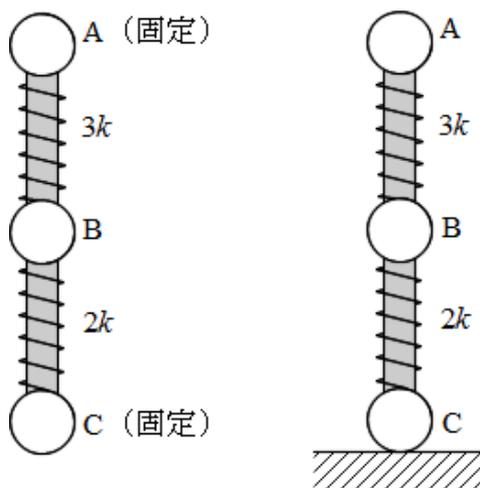
2012 年 2 月 28 日

【No. 1】(2012.2.21) 質量の無視できる 2 本のばね P, Q と棒がある。ばね P のばね定数は  $2k$ , ばね Q のばね定数は  $3k$  である。ここに質量が同じで穴の空いた球 A, B, C を用意し, 棒に下から順に, C, ばね P, B, ばね Q, A を通し, C と A をそれぞれ棒に固定した上で, ばねを両端の球に接続した。このとき, 2 つのばねの伸びの和は  $l$  であった。

以下の問に答えなさい。ただし, 重力加速度を  $g$  とし, ばねと球 B は棒には接触しないものとする。

(1) A を手で持って全体を鉛直に固定したとき, 2 つのばねの伸びは等しくなった。次に, B を手で持って全体を鉛直に固定すると, ばね Q の伸びは  $l$  の何倍となるか。

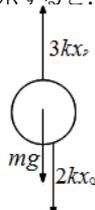
(2) 今度は B を手で固定したまま, C を水平な床の上に置いて鉛直に固定した。このとき, ばね Q の伸びが  $\frac{l}{4}$  になったとすると, 床に加わる垂直抗力の大きさはいくらか。また, 棒に加わる軸力はいくらか。



解答 (1) まず, 式を立てるために必要なものを文字でおく。おもりの質量を  $m$  とおき, (下の) ばね P の伸びを  $x_P$ , (上の) ばね Q の伸びを  $x_Q$  とおく。このとき, ばねの伸びの和について常に次の式が成立する。

$$x_P + x_Q = l \tag{1}$$

ここで, A を固定した場合について力のつり合いを立てよう。この場合, A, C についてはばねの他に, 棒と手から力を受けるため複雑である。そこで, B について力を図示すると, 次のようになる。



\* ©MARUYAMA Daisuke 2012 <http://www.maru-will.com/>

これを参考に力のつり合いを立てると、

$$3kx_Q = mg + 2kx_P \quad (2)$$

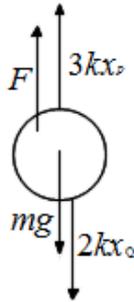
いま、2つのばねの伸びが等しいので、

$$x_P = x_Q = \frac{l}{2} \quad (3)$$

これを式(3)に代入して、

$$mg = \frac{kl}{2} \quad (4)$$

となる。これを使って今度はBを手で持った場合を考える。手でBをおさえる力を上向きに  $F$  とすると、下のよう  
に図示できる。



これより、力のつり合いは次のようになる。

$$F + 3kx_Q = mg + 2kx_P \quad (5)$$

ところで、この物体全体について力のつり合いを立てると、全部の質量が  $3m$  であることから、

$$F = 3mg \quad (6)$$

式(4)(6)を式(5)に代入し、さらに式(1)を代入すると次のようになる。

$$3kx_Q + kl = 2k(l - x_Q) \quad (7)$$

$$\therefore x_Q = \frac{l}{5} \quad (8)$$

(2) 同じくBを手で支える力を上向きに  $F$ 、床がCを支える力を上向きに  $N$  とすると、全体についての力のつり  
合いより、

$$F + N = 3mg \quad (9)$$

再びBについての力のつり合いを考える。この問題では、Qの伸びが  $x_Q = \frac{l}{4}$  なので、式(1)から、Pの伸びは  
 $x_P = \frac{3l}{4}$  となる。したがって、Bについての力のつり合いより((1)の図を参考にすること)、

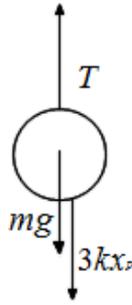
$$3k \times \frac{l}{4} + F = mg + 2k \times \frac{3l}{4} = \frac{kl}{2} + \frac{3kl}{2} \quad (10)$$

$$\therefore F = \frac{5kl}{4} = \frac{5mg}{2} \quad (11)$$

したがって、式から

$$N = \frac{mg}{2} = \frac{kl}{4} \quad (12)$$

次に棒にはたらく力を求めるため、Aについての力のつり合いを考える。Aに働く力(=  $T$  とおく)は下の図のように  
図示することができる。



これより、

$$T = mg + \frac{3kl}{4} = \frac{5mg}{2} = \frac{5kl}{4} \quad (13)$$

今回はかなり難しい問題でした。しかしよく考えてみてください。解答に使われているのは、「鉛直方向の力のつり合い」だけなのです。その他には、せいぜいフックの法則くらいです。それなのになぜ問題は難しく感じられたのでしょうか？

その一番の原因は、自分が何をすべきなのか、それがはっきりとわかっていないからです。(1)について考えてみましょう。ここに登場する物体は、棒、二つのばね P, Q, それに3つのおもり A, B, C のみです。この6つしか物体がなく、これらはすべて止まっているのですから、6つの物体について力のつり合いを立てれば、それで物理的にできることはほぼすべてです。実際には、棒と二つのばねは、両端に等しい力が加わるだけで、つり合い式を立てることにあまり意味がありません。となると、この問題は、3つのおもりについて力のつり合いをたてれば、それでおしまいのはずですが。このことをよく覚えていてください。

つまり、登場する物体について、1つ1つ式を立てれば、必ず問題が解けるはずですが。この視点が大切なのです。

言い方を変えましょう。問題が難しいと思った場合、どうすればいいかというと、その答えは、出てくる物体を1つ1つ取り出して考えるということなのです。今回の(1)では、Bのみを図示してBについての力のつり合いを考えるとという作業をくり返しています。これは力学の最も大切なことです。力学にはいろいろな公式があります。しかし、最も大切なのは、その公式を使う前に、自分が考えている物体（の範囲）を確実に決めなければいけないのです。

たとえば、機械・土木・建築系の専門の構造力学（材料力学）では、せん断力や曲げモーメントを求めるとき、必ず、考えている物体の範囲を決めてから、力やモーメントのつり合いを立てます。「考える物体を1つに決める」このことを大切にしてください。