

2012 今週の工学の基礎 第 17 回特別編

丸山大介*

2012 年 6 月 19 日

【No.1】 曲線 $y = x^2 - 2x$ と x 軸で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに一回転させてできる立体の体積はいくらか。(H.24 国家一般職)

1. $\frac{16}{15}\pi$ 2. $\frac{4}{3}\pi$ 3. $\frac{8}{5}\pi$ 4. $\frac{32}{15}\pi$ 5. $\frac{38}{15}\pi$

【No.2】 微分方程式 $\frac{dy}{dx} = 2xy + y$ の一般解として正しいのは次のうちではどれか。ただし、 e は自然対数の底、 C は積分定数とする。(H.24 国家一般職農業農村工学)

1. $y = Ce^{2x+1}$ 2. $y = Ce^{2x^2+x}$ 3. $y = Ce^{x^2+x}$ 4. $y = e^{2x+1} + C$ 5. $y = e^{2x^2+x} + C$

* ©MARUYAMA Daisuke 2012 <http://www.maru-will.com/>

【解答 1】 正解 1 難易度 A

求める体積は、回転体の体積の公式より、

$$\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 x^2 (x - 2)^2 dx$$

である。ここで、定積分の公式、

$$\int_a^b (x - a)^n (b - x)^m dx = \frac{m!n!}{(m + n + 1)!} (b - a)^{m+n+1}$$

を使えば、

$$\pi \int_0^2 x^2 (x - 2)^2 dx = \frac{2!2!}{(2 + 2 + 1)!} (2 - 0)^{2+2+1} \pi = \frac{32\pi}{30} = \frac{16\pi}{15}$$

ポイント

回転体の体積の公式にただ代入するだけの問題です。昨年は接線と絡めて出題していただけに、明らかに易化しています。ただし、被積分関数が 4 次式なので、代入計算が少し面倒になっています（一応唯一の高校 3 年生レベル。とはいえ易しいですが）。上ではせっくなので定積分の公式を紹介しておきました。間違っただけの問題です。

【解答 2】 正解 3 難易度 B

$2xy + y = y(2x + 1)$ を利用して変数分離をすると、

$$\frac{1}{y} dy = (2x + 1) dx$$

両辺を積分する。左辺については（積分定数を省略して）

$$\int \frac{1}{y} dy = \log y$$

右辺については、積分定数を A として、

$$\int (2x + 1) dx = x^2 + x + A$$

したがって、

$$\log y = x^2 + x + A$$

$$\therefore y = e^{x^2+x+A} = e^A \cdot e^{x^2+x}$$

ここで改めて $e^A = C$ とすると、

$$y = Ce^{x^2+x}$$

ポイント

微分方程式は地方上級でも時々出題があります。この出題形式なら、選択肢を代入するという手が使えますが、地方上級の過去の出題は通用しない形式がほとんどですので、きちんと変数分離を練習しておくのがよいでしょう。