

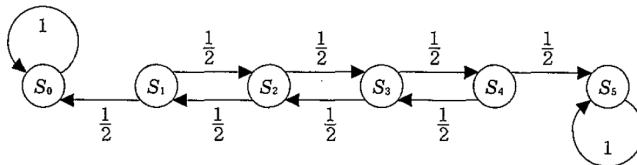
第6章

国家Ⅱ種 平成14年 電気電子情報 職 No.52 情報工学

6.1 問題：無限試行の確率

問題

図に示すように、 S_0 から S_5 までの6状態があり、 S_0 と S_5 を終端状態（自分自身への遷移確率が1）とし、それ以外の状態間の遷移確率を $\frac{1}{2}$ とする。
 S_2 を初期状態とした場合に、無限時間経過後に S_5 に到達している確率はいくらか。



1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{1}{2}$ 5. $\frac{2}{3}$

6.2 平均点の推移

すでにここまでで同じ話は何回か出てきましたが、昔は、難しい問題が非常に多く出題されていました。国家Ⅰ種（総合職）の場合、理工Ⅰや工学の形での試験になったのは H.13 です。意味のあるデータはそれ以降しかありませんが、H.14 というのが一つのピークで、このときは、平均点が13.699点。40点満点ですから、3割ちょっとしかなかったことになります。これは、5択の試験としては驚きです。とはいえ、やはりこれは想定以上に難しすぎ、ということか、以降しばらくは15点台（4割弱）の平均点が続くのですが、再び H.19 に13.692点と突然難化します。しかし、これが難しい時代の最後で、H.20 に15点台という、それまでの通常の難易度に戻した後は、大幅に易化し、3年間、平均点は18点後半～20点前半になります。これは5割近くの平均点になったことになります。もちろん H.14 や19と比べると、極めて易しいですし、今までの15点台の頃と比べても、明らかに難易度の違いが出てきます。

とはいえ、これはやはり易しすぎたのでしょうか、ここ2年は17、18点程度（4割5分）あたりになっています。

国家Ⅱ種（一般職）の場合、職種によって違いが出てきますが、やはり難しいのは H.14 でした。この H.14 というのは異様な年で、ほぼ全職種で難化しており、特に工学の基礎は、今の国家総合職よりも難しい、といってもよい出題でした。

その後、難易度が下がり続け、そして今では、工学の基礎など「人事院はやる気をなく

H.19 の話もいずれ出てくるかもしれませんね

院卒と大卒に分かれています³、問題は同じですので、加重平均した値を見えています

ただし、専門は難易度を少し上げましたが

題材に着目すれば、広い道路 ($S_1 \sim S_4$) にいる人がふらふらと左右に千鳥足で移動する場合 (左右の道路外に出るとアウト) であり、これを「吸収壁のランダムウォーク」といいます

左右ちょうど逆ですね

左右対称でない場合の解法は、最後におまけとして載せておきます

したのでは」と感じさせるほど易しくなっています。

今回は、電気電子情報職ですね。電気電子情報職は、電気系と情報系をむりやり1つにまとめた職種ですので、H.23までは、工学の基礎以外は選択問題制になっていました。それがH.24以降は全問必須に変わっています。この辺りも、問題数が激減しているので、「出題が面倒で減らしたのかな」と思ったりするのですが、平均点について言うのであれば、もちろん、選択制に比べて必須制になると下がってしまいます。

特にH.22は、工学の基礎の超易化もあって、平均点は、40点満点で25.275点、つまり6割オーバーと「試験になるのだろうか」と思うくらい易化しています。そのとき偶然、民主党政権による採用抑制も重なり、教養試験で平均点しかとれないと、1次合格に7割以上の得点が必要となっていました。現在は、必須制となったこともあり、平均点は下がって、21, 22点程度、つまり5割ちょっとに落ち着いています。

一方、最難問のH.14は、といえば、選択問題制をとっていて、しかも今より解答数の多い45点満点だったのですが、何と平均点16.912点。得点率で言うと35%をちょっと超えたところですよ。

これは、ちょっと難しすぎでは、と思いますよね。問題が選べるのに、です。

というわけで、今回は、当時の問題を1問紹介しましょう。この問題、確率の問題ですから、電気電子情報職以外の人でも意味は分かると思いますが… 解けますか？

6.3 無限試行の確率

この問題は、場合によっては永遠に終わりません。もちろん、 S_0 か S_5 のいずれかに1度でも到達すればおしまいですので、永遠に終わらない確率は0なのですが、計算上はいつまでも終わりません。このような確率を「無限試行の確率」といいます。有名なのは、相撲の「巴戦」です。A, B, Cの3人で優勝決定戦をする場合に、まず、A対Bを行い、次に勝者がCと勝負し、2連勝すれば優勝。最初の勝者が負けた場合には、Cと今試合をしていなかった(A対Bの敗者)人とが対戦し、とすることを繰り返して2連勝した人が優勝という方式なのですが、この場合、3人の優勝確率は(実力差がなくても)対等ではありません。これも永遠に続く可能性があるのです、無限試行の確率です。

一般には、数列の漸化式をたてて、となるのですが、「無限時間経過後の確率」つまり「最終確率」でしたら、もっとうまい手があります。

それは、求める確率を p とおいてしまうことです。これはつまり、 S_2 に今いる場合、そこからそれ以降、最終的に S_5 に行ける確率が p ということです。具体的に $p = 0.2$ だったとしましょう。もし、これを知っていれば、 S_2 にいる場合、

「ああ、これでここから S_5 へ行ける確率は40%なんだな」

と思うことになりましたが、大切なのは、これは最初だけではない、ということです。この問題では、常に、左右に $\frac{1}{2}$ で移動するだけです。つまり、しばらく時間が経って、再び S_2 に戻ってきた場合、そのときにはまた、

「ああ、これでここから S_5 へ行ける確率は40%なんだな」

と思っていい、ということです。これを利用します。

それともう1つ。これは必ずしも必要ではないのですが、今回に限っては、左右対称です。つまり、 S_2 の反対側の S_3 にいるときには、そこから S_5 へ行く確率は $1 - p$ となります。

どうということかという、この問題では左右対称ですから、 S_3 から S_0 へ行ける確率は、 S_2 から S_5 へ行ける確率と同じで p なのです。つまり、余事象を考えれば、 S_3 から S_5 へ行ける確率は $1 - p$ です。

これを利用して計算量を減らします。

以上をふまえて、確率 p の内訳を見ていきましょう。すると、最初に左右どちらに移動したのかで場合分けになります。

まず、右に行った場合を考えます。すると S_3 に到着しますが、今説明したとおり、こ

こへくれば「確率 $1-p$ で S_5 に行ける」ことになりますね。結局、最初に S_3 を通って、最終的に S_5 に行く確率は、

$$\frac{1}{2} \times (1-p) = \frac{1-p}{2}$$

となります。

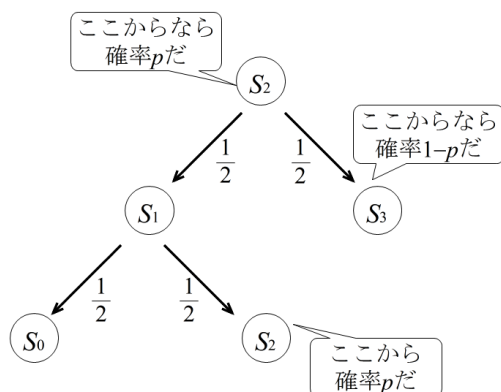
次に、最初に左に行った場合です。この場合、 S_1 に着いたことになりますが、 S_5 に行くためには、次に右に移動しなければいけません。左に行ったら S_0 に入ってしまいますからね。そして、右に行けば S_2 に戻りますから、「あとは確率 p だな」ということになります。

つまり、左に行って、次に右に行って、あとは確率 p ですから、こうなる確率は、

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times p = \frac{p}{4}$$

となります。

以上をまとめると次の図のようになります。



つまり、 S_5 に到着する場合は 2 通りしかないことになりましたので、

$$p = \frac{1-p}{2} + \frac{p}{4} = \frac{1}{2} - \frac{p}{4}$$

となります。したがって、

$$p = \frac{2}{5}$$

となります。

正解は肢 3 です。

6.4 どうして解けるのか

それにしても、こうした問題が解けた人、というのはどのような準備をしたのでしょうか。上で説明したのは、あくまで「正解への解説」です。しかし、「どのような準備をすれば、上のような問題が解けたのか」というのはまた別の話です。

問題の解答時間は、3 時間で 45 問なので、1 問 4 分です。とてもでなければ、解き方を知らないとこの問題を 4 分で思いついて解くのは無理ですね。

では、何を覚えていればよいのか。この問題の解き方をそのまま丸暗記したのでは、その問題しか解けません。できる限り多くの問題が解けるように準備をした方がよいでしょう。しかし、あまりに解ける範囲を広くしようとすると、かえって難しくなります。たとえば、たわみの問題で、「 $EIy''' = q$ を解けば何でも解ける」というのは確かですが、それでは試験中にはとても問題は解けないでしょう。

そこで、講師としては、試験で解くために最も有利になるように、「パターン化」して教えることになります。今回は、「無限試行の確率」としてまとめることになりますね。

どういうわけか、同じ年の国家Ⅱ種の工学の基礎に類題があったりしますが

しかし、これだけではありません。本当にこれを準備する価値があるのか、ということも考えるべきです。すると、他に類題が見当たらないのです。

敢えて言えば、国家Ⅰ種の工学の基礎には見られました。ただ、国家Ⅱ種の情報の専門としては、やはり見られないのです。

ただし、ここからは選択の問題になります。というのも、実は、教養試験には出題がありますし、今言ったとおり、国家総合職の工学の基礎にも過去に出題はあります。国家総合職の情報基礎であれば、今でも十分に出題されると思います。

その意味で、これを準備するのはちょっと厳しいかな、と思います。

6.5 補足

本問の類題は H.17 国家Ⅰ種の工学の基礎にあります。そのときは問題文中に解き方がありましたが、上で紹介したものとは違いました。たしかに、対称性がないと、上の解き方はちょっと苦しいかもしれません。

そこで、別解をあげておきましょう。

S_1 から S_5 へ最終的に到達する確率を p_1 、同じく、 S_2 からは p_2 、 S_3 からは p_3 、 S_4 からは p_4 とします。

S_1 から S_5 にいくためには、 S_2 に行くしかないので、

$$p_1 = \frac{1}{2}p_2$$

S_2 からは S_1 と S_3 に行けるので、

$$p_2 = \frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2}p_3$$

S_3 からなら、

$$p_3 = \frac{1}{2}p_2 + \frac{1}{2}p_4$$

S_4 からなら、 S_5 に入ってしまうば終わりなので、

$$p_4 = \frac{1}{2}p_3 + \frac{1}{2}$$

となります。

ここまでで 4 つ式がありますから、解くことができます。もちろん本問では対称性から、 $p_3 = 1 - p_2$ 、 $p_4 = 1 - p_1$ があるので、これを使えば、解くのは簡単になります。