第 7 章

国家 I 種 平成 20 年　N.62 構造力学（土木系）

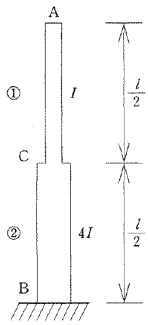
7.1　座屈

問題

図のような，一端固定支持 · 他端自由の変断面長柱 AB がある。柱のヤング率を E，断面 1（区間 AC）及び断面 2（区間 CB）の断面 2 次モーメントをそれぞれ I 及び $4I$ とする。柱の自由端 A に軸圧縮力が作用するとき，座屈荷重の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし，全体座屈のみを対象とし，点 C 隅角部の応力集中の影響などは無視できるものとする。

なお，長さ L，曲げ剛性 EI の両端単純支持された柱の座屈荷重は $\pi^2\dfrac{EI}{L^2}$ で表される。



1. $0.14\pi^2\dfrac{EI}{l^2}$　　2. $0.61\pi^2\dfrac{EI}{l^2}$　　3. $1.13\pi^2\dfrac{EI}{l^2}$
4. $1.41\pi^2\dfrac{EI}{l^2}$　　5. $2.03\pi^2\dfrac{EI}{l^2}$

7.2　最難問

昔に比べると最近の問題は易しくなった，というのは確かなところでしょう。しかし，個々の問題を見れば，難しい問題は今でも出題されているのです。では，最近の問題で一番難しい問題は，と言われた場合，もちろん全科目を見たわけではないので断言できないのですが，この問題もその中の 1 つに入るでしょう。

ちょっと考えてみてくださいな。

7.3　どう考えるべきか

この問題は，「断面が途中で変化した場合の座屈荷重」です。おそらく，大学レベルの教科書ではまず見ることがないかと思います。

実は，構造力学では，だいぶ昔，2 次記述に座屈が頻出していた時期がありました。その頃は，「初期たわみのある場合」「偏心荷重の場合」など特殊な座屈を扱った問題が割と出ていました。僕は，それらについては解いたことがあったのですが，その時代でも，このような「断面が途中で変化した場合」というのはほとんど見たことがありませんでした。

一応最後にオイラーの座屈荷重の公式がヒントとしてあるわけですが，これをどう使うのかも，正直わかりません。たとえば，座屈したときの変形の形（座屈モード）がわかれば，使いようがあるのですが，それも安易に想像はできません。

そうした場合はどうすればいいでしょうか。適当に根拠なく「なんとなし」に答えたのでは，正解は得られません。そういうときこそ「根本の式」に戻るべきなのです。では，座屈の「根本の式」とは何でしょう。それは，オイラーの座屈荷重の公式

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{L^2}$$

の根拠となった式です。具体的には，次の微分方程式です。

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{P}{EI}\frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

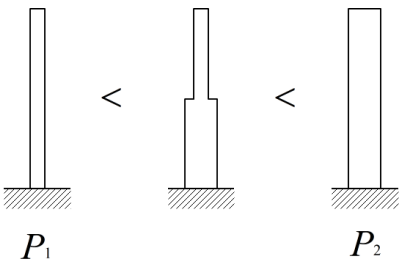
しかし，式を立てようとするとたちまち困難に陥ります。この問題では，上の柱と下の柱を別に考えるのでしょうが，そうだとすると，とんでもない計算量が必要になることは容易に想像がつくからです。

ここで，考える手掛かりがなくなってしまうのです。

おそらく，多くの人が，全く考えるポイントもわからずに，この問題を飛ばしたのではないかと思います。一見簡単そうに見えたため，何か思いつかないかと，問題文とにらめっこした人もいたかもしれませんが，それは時間の無駄，というものです。

7.4　答えは思わぬところから

では，どうやって答えを出せばよいのでしょうか。まともに答えを出すのは難しいでしょうから，せめて選択肢を絞っていきましょう。この問題，途中で柱の太さが変わっています。そこで，ずっと細い柱よりは強い，つまり座屈荷重は大きいでしょうし，逆にずっと太い柱よりは弱い，つまり座屈荷重は小さいでしょう。つまり，次の図のようになります。



そこで，P_1 と P_2 をもとめてみましょう。

$$P_1 = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = 0.25\pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

$$P_2 = \frac{\pi^2 4EI}{(2l)^2} = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

求める座屈荷重 P は $P_1 < P < P_2$ のはずですが，$\cdots$ もう 1 つしかありません。答えが 2 とわかってしまいました。

ちょっと拍子抜けですよね。

7.5　それは自然な流れなのか

こう言われてみると，この解答しかないように見えてくるから不思議なものですが，でも，こんな絞り込み，本当に本試験で思いつくものなのでしょうか。正直，これを思いついた人がいるとは思えません。いや，もちろん数人はいるかもしれませんが，ほとんど無理でしょう。

なぜかといえば，このような絞り込みを示唆するような記述が問題文にはないからです。たとえば「下限と上限の値を絞り込みなさい」という指示なら，このように考える人は少なくないでしょう。でも選択肢を見る限り，あたかも「正解」が求まるように見えます。だから，素直に解答を出したいと考える人ほど損をすることになります。あり得るとすれば，試験テクニックとして「特殊な値を代入する」とか「選択肢から解く」ということを常に心がけている人ですが，仮に答えを絞るにしても，そもそも答えが 1 つに決まるとは限りませんから，今回のような近似は，やってみないと「時間の無駄」になる可能性だってあるわけです。つまり，「答えの絞り込み」など，解答者から見れば，やる必要もないし，やって損をする可能性まであるわけです。それにも関わらず，「絞り込みをしなさい」と要求するのはこの問題文では無理です。

偶然，それをやって人だけが簡単に解けてしまう。そう，簡単すぎるのです。そうだとすると，この問題を解けた人は，決して「構造力学の実力がある人」ではありませんね。この問題で，どのような能力を持った人を選別するつもりだったのでしょう。

ちなみに，似たような話は H.25 の土質力学の 2 問目にもありました。$\dfrac{12}{25} \fallingdotseq \dfrac{12}{24} = 0.5$ の近似を使うと簡単に解ける問題だったのですが，この近似もあまり自然ではないですよね。ここ以外の部分が易しい問題だっただけに，出題者は，予想よりもだいぶ低い正答率に驚いたのではないでしょうか。

でも，仕方ないのです。予想の範囲外にある絞り込みだとか近似だとかは，まるで「タネを知っている手品」のようなもので，タネを知っている人には簡単ですが，普通は，思いつかないものなのです。

7.6　何とかならないものか

この問題をここにこうして出すのは少し勇気がいることでした。

「ちゃんと正答を出す方法があるのではないか」

という疑問が僕の頭の片隅をかすめるからです。その素晴らしい解き方を自分が思いつかないか知らないだけなのでは，と思っているのです。

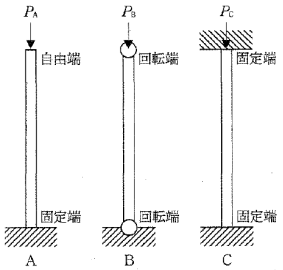
しかし，上の絞り込みの解答以上の解答はないでしょう。つまり，本試験的には，ここであげた解法がほぼ唯一の解法だと思います。そうなると，やはりこの問題は，どれだけ難しいんだと言いたくなりますね。

もっとも，難しいからそれだけでだめだというつもりもありません。その後，この問題を使って勉強する受験生の理解を深めるような問題ならそれはそれで歓迎とも言えます。

ただ，同じ年の材料力学には次の問題が出題されていました。

問題

図のように，長さ及び曲げ剛性が等しい一様断面の細長い柱が，両端の拘束が異なる状態にあるとき，A，B，C それぞれの座屈荷重 P_A，P_B，P_C の大小関係として最も妥当なのはどれか。



1. $P_A > P_B > P_C$　　2. $P_B > P_A > P_C$　　3. $P_B > P_C > P_A$
4. $P_C > P_A > P_B$　　5. $P_C > P_B > P_A$

もちろん正解は 5 です

やはりもう少し土木の出題者には，何とかしてもらえないでしょうか。