【No.　2】 xy 平面上に直線 $y=2x$ がある。いま，この xy 平面上の任意の点P（α, β）から直線 $y=2x$ に垂線を引き，その引いた垂線の足を点Q（α', β'）とするとき，点Pを点Qに移す変換は1次変換であり，行列を用いた式，

$\begin{pmatrix}\alpha'\\ \beta'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$ で表される。行列の成分 c はいくらか。

1　$-\frac{1}{2}$　　2　$-\frac{1}{3}$　　3　$\frac{1}{4}$　　4　$\frac{2}{5}$　　5　$\frac{3}{5}$

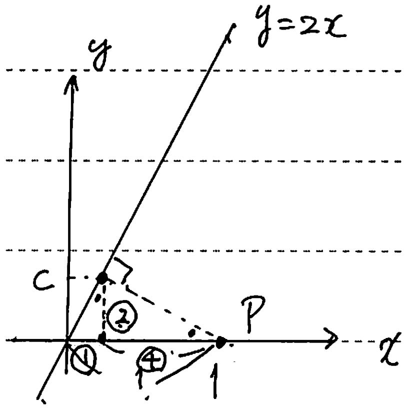
1次変換　点 $P(\alpha, \beta) \longrightarrow Q(\alpha', \beta')$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$c = \frac{2}{5}$ // $\Rightarrow$ 肢4 //



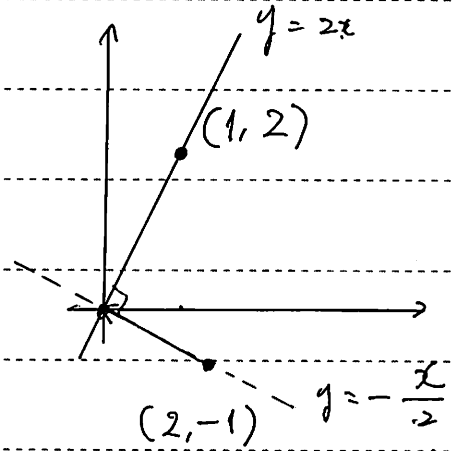
$(1, 2) \rightarrow (1, 2)$

$(2, -1) \rightarrow (0, 0)$

$\Downarrow$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$



$\Downarrow$

$A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad A\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Downarrow$

$$A\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{-1}{5}\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ ※ $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} a & -b \\ -c & d \end{pmatrix}$

$$\therefore \quad A = \frac{-1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} //$$

※　$A\vec{x} = \lambda\vec{x} \quad (\vec{x} \neq \vec{0})$