

1. 図2で水面下に沈んでいる部分の体積は $a \times a \times 3.5a - 0.5a^3 = 3a^3$ なので、はたらく浮力は $3\rho ga^3$ で、これが重力と釣り合っている。したがって、平均密度を ρ' とすると、

$$3\rho ga^3 = 3.5\rho'ga^3 \quad \rho' = \frac{6}{7}\rho$$

2. 流速について、

$$u = \frac{dx}{dt} = e^{-x}$$

したがって、加速度については、

$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \frac{dx}{dt} = -e^{-x} \times e^{-x} = -e^{-2x}$$

そこで、問題の粒子の位置を計算すればよい。流速についての式から、

$$dt = e^x dx$$

これを積分して、

$$\int_0^1 dt = 1 = \int_{x(0)}^{x(1)} e^x dx = e^{x(1)} - 1 \quad e^{x(1)} = 2$$

これより、求める加速度は、

$$-e^{-2x(1)} = -\frac{1}{\{e^{x(1)}\}^2} = -\frac{1}{4}$$

1 は国家 I 種に類題の出題があります。易しい浮力の問題です。最近では、静水圧の問題は見られますが、浮力の問題が出題されていません。難度は A です。

2 は流体粒子の問題です。オイラー流ではなく、流体粒子を追うラグランジュ流の出題であるため、非常に珍しく、微分方程式を扱うため、難易度が高くなっています。難度は C です。最近では、このような通常の水理学の問題集には載っていないような問題も出題されています。