1　月までの距離を 40 万キロメートルとする。厚さ 0.1mm の大きな紙を 2 つ折りしていき，厚さが月までの距離を超えるためには，　何回折り曲げる必要があるか。常用対数の値については，$\log_{10}2 = 0.3010$,　$\log_{10}3 = 0.4771$ を使うこと

　また，そのときの紙の厚さの最高位の数字はいくらか。

2　ある工場では，X を 1 トン作るためには Y を 0.2 トン必要とし，Y を 1 トン作るためには X を 0.3 トン必要とする。この工場だけで，X を 10 トン，Y を 6 トン，他から X や Y を持ってくることなく作成するためには，結局，X を何トン，Y を何トン作らなければならないか。　（最初の作成に必要な無限小の X，Y については考えなくてよい）

1　1 回折るごとに厚さが 2 倍になる。そこで，n 回折ると，厚さは,

$$2^n \times 0.1\ \text{mm} = 2^n \times 10^{-4}\ \text{km}$$

となる。そこで,

$$2^n \times 10^{-4} > 4 \times 10^5$$

となる最小の n を求めればよい。両辺の常用対数をとると,

$$n\log 2 - 4 > 2\log 2 + 5 \qquad \therefore \quad n > 2 + \frac{9}{\log 2} = 31.9$$

となるので，求める回数は <u>32 回</u>である。

次に最高位の数字を a とすると，a は,

$$2^n \times 10^{-4} > a \times 10^5$$

を満たす最大の a である。常用対数をとって,

$$32\log 2 - 4 > \log a + 5 \qquad \therefore \quad \log a < 32\log 2 - 9 = 0.632$$

ここで，$\log 4 = 2\log 2 = 0.6020$，$\log 5 = 1 - \log 2 = 0.6990$ であるので，最高位の数字は <u>4</u> である。

2　最終的に X を 1 トンつくるのに，X が a トン，Y が b トン必要だとし，最終的に Y を 1 トンつくるのに，X が p トン，Y が q トン必要だとする。

X を 1 トンつくるのには，Y を 0.2 トンつくる必要があるが，そのためには，最終的には，X を $0.2p$ トン，Y を $0.2q$ トン必要になるはずである。したがって,

$$a = 0.2p,\quad b = 0.2 + 0.2q$$

同様に Y を 1 トンつくるのには，X を 0.3 トンつくる必要があるが，そのためには，最終的には，X を $0.3a$ トン，Y を $0.3b$ トン必要になるはずである。したがって,

$$p = 0.3 + 0.3a,\quad q = 0.3b$$

以上を解いて，$a = \frac{3}{47}, b = \frac{10}{47}, p = \frac{15}{47}, q = \frac{10}{47}$

これより，作る X の量は最後に作った 10 トンを加えて，$\underline{10 + \frac{3}{47} \times 10 + \frac{15}{47} \times 6 = \frac{590}{47}\text{トン}}$，Y も同様に $\underline{\frac{442}{47}\text{トン}}$

---

1 の前半は対数の基本的問題です。最近国家 II 種で何回か対数が出題されています。ところが後半は応用問題です。しかし，じつはこの問題が農業土木職の国家 II 種で出題されているのです。ちなみに，必要だったのは結局 log2 の値だけでしたね。後半については，よく考えなくても，最高位の数字は，4，5，6，7 のいずれかしかないのです。そこで log7 とか書いてみたのです。

２は難しい問題だったことでしょう。無限試行の確率とほぼ同様の問題です。もちろん無限等比級数の問題としても解くことができます。なお，この問題は実際の国家Ⅰ種の過去問の数値違いです。難しい問題に分類されると思いますが，過去問は同一の問題が出題されないとも限られないですし，一応最近出題の多かった無限試行の問題からということで。