

1 ある製品の品質検査が行われた。A～Dの各社は1個以上の製品を用意し，A社→D社の順に製品が左から一列に10個ならんでいて，最高の品質は左から7番目であった。これがC社のものである確率を求めよ。

2 あるテストを採点したところ，平均点が芳しくなかったため，素点を X として， $Y=\sqrt{10X}$ を新たに点数とすることにした。そうしたところ，平均点が a 点，標準偏差が b 点になった。テストを受けた人数が n 人としたとき，素点の平均点はいくらか。

1 10個の製品が並んでいるところに，仕切りを3つ入れると考える。仕切りは10個の製品の9カ所の間に入れるので，その入れ方は ${}_9C_3 = 84$ 通りとなる。

一方，最高品質がC社となるためには，最高品質の7番目のものより左側に2つの仕切りがあり，右側に1つ仕切りがあればよいので， ${}_6C_2 \times 3 = 45$ 通り。

したがって，求める確率は $\frac{15}{28}$

2 素点の平均点を A とする。このとき，

$$A = \frac{1}{n} \sum X_i = \frac{1}{10n} \sum Y_i^2$$

ここで，一般に，確率変数 Z の期待値 E と分散 V に関して，

$$V[Z] = E[Z^2] - \{E[Z]\}^2$$

が成立するので，今回の Y に対しても

$$\frac{1}{n} \sum Y_i^2 = b^2 + a^2$$

となるため，求める平均点は，

$$A = \frac{a^2 + b^2}{10}$$

1は，過去の国家I種の教養の問題のアレンジです。場合の数の問題ですし，発想の問題ですね。

2ですが…。難しい問題ではなかったかと思いますが，期待値と分散の関係は過去に何回か出題があります。最近の出題では，かなり難しいものが多いのですが，やや古い問題では，割と公式を知っていれば簡単に解けるものもあります。ここでも，この公式の紹介のつもりので出題でした。

ところで…有名な変換点は $\sqrt{10X}$ ではなく $10\sqrt{X}$ でしたね…。テストが難しく変換点が $\sqrt{10X}$ では，学生大激怒ですね。いや，単純に打つときのルートの位置のミスだったのですが。ちなみに $10\sqrt{X}$ であれば $A = \frac{a^2 + b^2}{100}$ です。