1．次の定積分を計算せよ。（H.21 **労基**）

$$\int_0^{\pi}\sqrt{1-\cos\theta}\,d\theta$$

2．次の式が恒等式のとき，$f(2)$**の値はいくらか。**（H.21 **労基**）

$$f(x)+\int_1^x\frac{f'(t)}{t}dt=x^3+\frac{5}{2}x^2+2x-\frac{3}{2}$$

1．

$\cos\theta=t$ **とおくと，** $-\sin\theta d\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}\,d\theta=-\sqrt{1-t^2}\,d\theta=dt$ **となるので，**

$$\int_0^{\pi}\sqrt{1-\cos\theta}\,d\theta=\int_1^{-1}\frac{\sqrt{1-t}}{-\sqrt{1-t^2}}dt=\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1+t}}dt=\int_{-1}^{1}(1+t)^{-\frac{1}{2}}dt=\left[2(1+t)^{\frac{1}{2}}\right]_{-1}^{1}=2\sqrt{2}$$

2．与えられた式を x **で微分すると，**

$$f'(x)+\frac{f'(x)}{x}=\frac{x+1}{x}f'(x)=3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$$

この式が恒等的に成り立つためには，

$f'(x)=3x^2+2x$　　$\therefore$　$f(x)=x^3+x^2+C$　(C **は積分定数**)

ここで，最初の恒等式に $x=1$ **を代入すると，**

$f(1)=2$　$\therefore$　$C=0$

したがって，$f(2)=12$

いずれも労基の過去問です。1 は置換積分の問題です。素直な置き換えで解くことができますので，手順を知っていれば正解を求めることができます。ただし，最後の無理関数の積分（実質は多項式の積分を使う）はうっかりわすれやすいので，できなかった場合には復習しておいてください。案外出てきます。2 は恒等式の問題です。とりあえず微分するのが定番です。ちなみに，定積分の形を見れば，積分定数が 0 **であることは容易に推測できます（そうでないと対数が出てくる)。もう少し考えると，計算しなくとも，**$f(x)$**が** 3 **次関数で，**x^3 **の係数が** 1 **であることもわかりますね。**