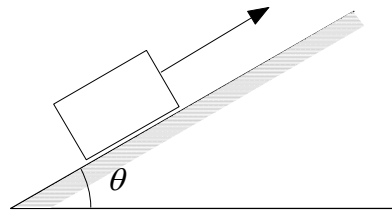


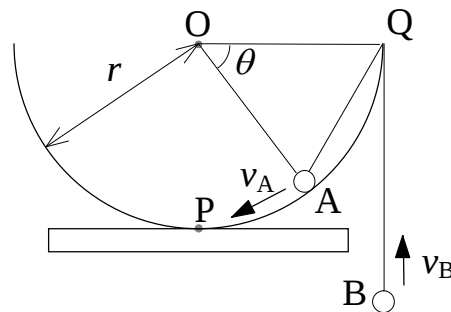
1. 図のように、水平に対して θ の傾きをもつ粗い斜面に沿って物体を上方に引っ張った状態で静止させている。この状態で必要な最大の力が、最小の力の4倍であるとき、物体と斜面の間の静摩擦係数を θ で表せ。

ただし、物体を上方に引っ張らない場合、物体は斜面を滑り落ちるとする。



2. 図のように、半径 r の滑らかな半球状の器を、その縁が水平を保つように固定した。いま、質量 $2m$ の小球Aを質量 m の小球Bと十分に長い糸で結び、小球Aを器の縁 Q ($\theta=0^\circ$)から静かに放して、最下点 P ($\theta=90^\circ$)まで滑り落とした。このとき、最下点 P における小球Aの速さ v_A を求めよ。

ただし、重力加速度を g とする。また、器と糸との間の摩擦はないものとする。



- 1 力は右図の通りである (μ は静摩擦係数)。

斜面に垂直な方向の力の釣り合いより、

$$N = mg \cos \theta$$

斜面に平行な方向の力の釣り合いより、

$$F + R = mg \sin \theta$$

ここで、力が最小のとき $F_{\min}$ とすると、 $R = \mu N$ なので、

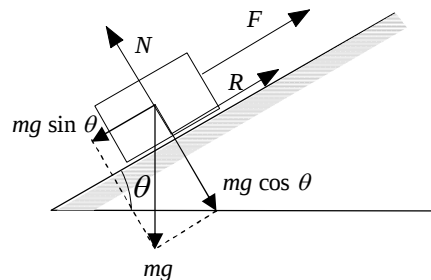
$$F_{\min} + \mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$$

一方、力が最大のとき $F_{\max}$ とすると、 $R = -\mu N$ なので、

$$F_{\max} - \mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$$

ここで、 $F_{\max} = 4 F_{\min}$ なので、上の式の4倍と下の式の差をとって、

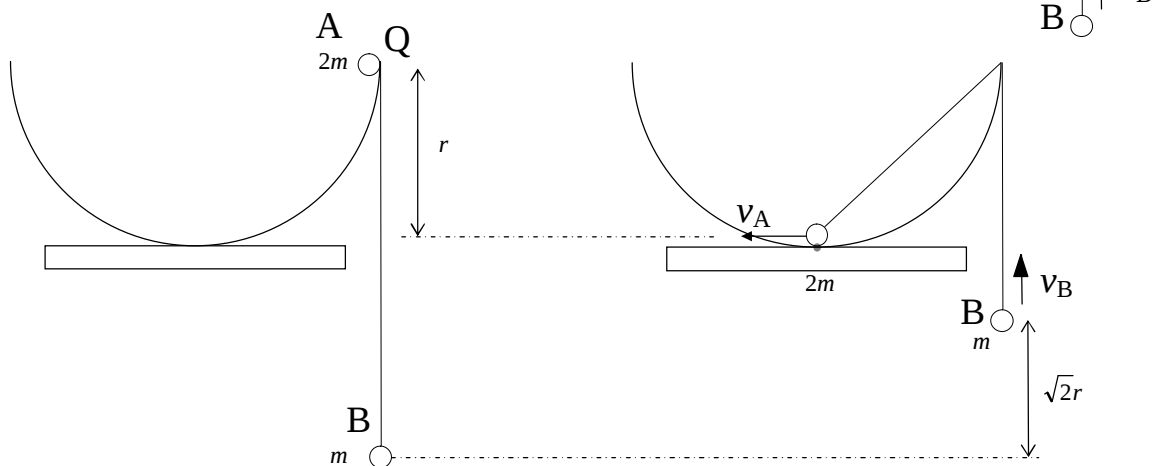
$$5\mu mg \cos \theta = 3mg \sin \theta \quad \mu = \frac{3}{5} \tan \theta$$



まず，最下端における A と B の速さの関係を求める。右下図のように速さ v_A を分解して，

$$v_B = \frac{v_A}{\sqrt{2}}$$

次に，エネルギー保存則をたてる。下の図を参考にする。



$$2mgr = mg \cdot \sqrt{2}r + \frac{1}{2} \cdot 2mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{5}{4}mv_A^2$$

$$v_A = \sqrt{\frac{4(2-\sqrt{2})gr}{5}} = 2\sqrt{\frac{(2-\sqrt{2})gr}{5}}$$

1 は力の釣り合いです。斜面の問題で 摩擦の入った問題としては基本的なもので，確実に解けるようにしましょう。摩擦力の方向について解答ではうまく処理していますが，きちんと場合を分けて考える方が確実でしょう。

2 は力学的エネルギー保存というところは問題ないでしょう。位置エネルギーも問題なのですが，なんといっても，A，B の速さの関係を考えるとことが最大のポイントです。なお，この速さの関係だけであれば，地方上級や国家Ⅱ種でも出題があります。また，今回 A を基準に速さを分けています。なぜ B ではないのか（ $v_A = \frac{v_B}{\sqrt{2}}$ ではないのか），この理由がきちんと説明できて，初めて理解できたことになります。この点をよく注意しておいてください。