

- サイコロを何回も投げていき、その和を順次計算していく。このとき、和が途中で4となる確率を求めよ。
  - 連続型確率分布  $f(x)$  は、 $0 \leq x \leq a$  では  $bx^2$ 、それ以外では0である。この確率分布の  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$  となる確率が  $\frac{1}{8}$  であるとき、この確率分布の期待値を求めよ。
- 

1 最大でも4回で4に到達する。

1回目が4の場合

これでOKで、そうなる確率は  $\frac{1}{6}$

1回目が3の場合

2回目に1が出ればOKで、そうなる確率は  $\frac{1}{36}$

1回目が2の場合

2回目が2, または, 2回目, 3回目で, 1, 1と出ればよく, そうなる確率は,  $\frac{1}{36} + \frac{1}{216} = \frac{7}{216}$

1回目が1の場合

2回目が3, または, 2回目, 3回目で, 1, 2, または 2, 1, あるいは2回目から4回目まですべて1ならよく, そうなる確率は,

$$\frac{1}{36} + \frac{2}{216} + \frac{1}{1296} = \frac{49}{1296}$$

以上をすべて加えて,  $\frac{343}{1296}$

2

全確率について,

$$\int_0^a bx^2 dx = \frac{ba^3}{3} = 1$$

一方,  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$  となる確率が  $\frac{1}{8}$  であるので,

$$\int_0^{3/2} bx^2 dx = \frac{9b}{8} = \frac{1}{8}$$

これらより,  $b = \frac{1}{9}$ ,  $a = 3$  となるので, 期待値は,

$$\int_0^3 x \cdot \frac{x^2}{9} dx = \frac{3^4}{36} = \frac{9}{4}$$

1. 場合分けが少々面倒な確率の問題です。逆に言えば、何を基準に場合分けをするのか、ということが出題意図です。(でもちょっと答えが細かったので、「3」にすればよかったかなあ、と思っていますが)

2. 確率分布の基本問題です。地上・国2で時々出題があります。公式を覚えれば確実に解くことができますので、しっかり覚えておいてください。