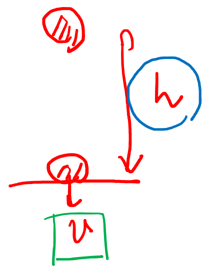
技術系問題演習講座
記述　力学（工学の基礎）

2019年　労基Ｂ　記述　No.3

I

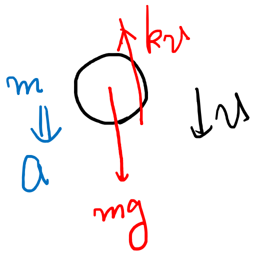
(1) エネルギー保存



$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh} \;//$$

(2) 運動方程式



$$ma = mg - kv$$

$$\therefore a = g - \frac{k}{m}v \;//$$

(3) 終端速度をv_∞とする。(v_∞一定 $\Rightarrow a=0$)

速度が一定なので、$a=0$

(2)より $0 = g - \frac{k}{m}v$

$$\therefore v = \frac{mg}{k} \;//$$

(4)

$a = \frac{dv}{dt}$ を(2)の式に代入して

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv$$

変数分離法でとく。

$$\boxed{\int (v\text{のみ})\,dv = \int (t\text{のみ})\,dt}$$

$$\frac{m\,dv}{mg-kv} = dt$$

$$\Rightarrow \int dt = -\frac{m}{k}\int \frac{dv}{v-\frac{mg}{k}} < 0$$

$$t = -\frac{m}{k}\log_e\left|v - \frac{mg}{k}\right| + C$$

$t=0$で $v=0$

$$0 = -\frac{m}{k}\log_e\frac{mg}{k} + C$$

$$C = \frac{m}{k}\log_e\frac{mg}{k}$$

I

$$t = -\frac{m}{k}\log_e\left|\frac{v-\frac{mg}{k}}{\frac{mg}{k}}\right|$$

$$-\frac{kt}{m} = \log_e\left|\frac{v-\frac{mg}{k}}{\frac{mg}{k}}\right|$$

$$\therefore\ e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{\frac{mg}{k}-v}{\frac{mg}{k}}$$

$$\to\ v = \frac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right) \quad /\!/$$

(別) $mg - kv = U$ とおく。

$$-k\,dv = dU$$

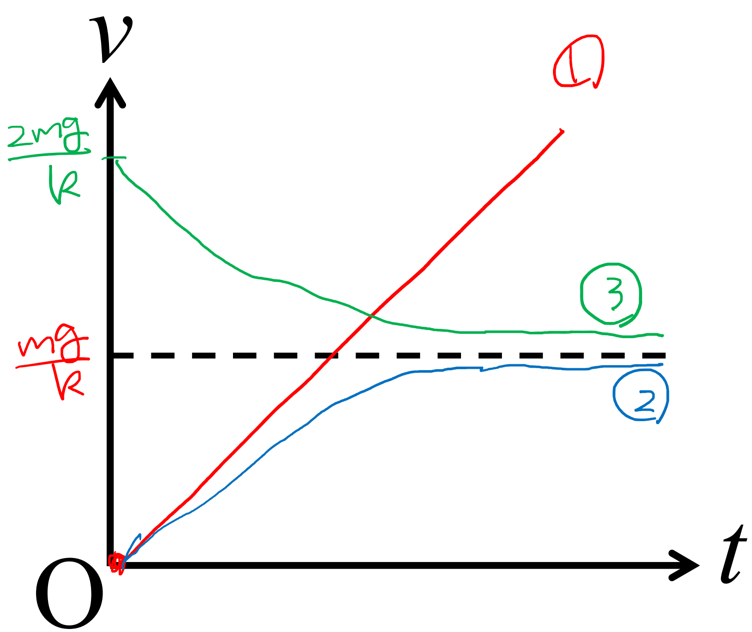
$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{m}{k}\frac{dU}{dt} = U$$

$$\to\ \frac{dU}{dt} = -\frac{k}{m}U$$

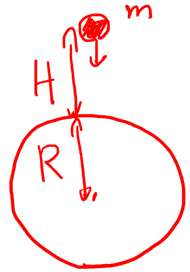
$$\to\ U(t) = Ae^{-\frac{k}{m}t}$$

(5)

① 加速度一定



II



(1) 運動方程式より

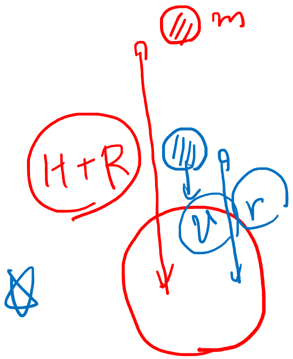
$$ma = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\therefore a = \frac{GM}{r^2}$$

(2) gはr=Rでの加速度なので

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad /\!/$$

(3)



$$-\frac{GMm}{H+R} = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}v^2 = GM\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{H+R}\right) \quad ☆$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2GM(H+R-r)}{r(H+R)}} \quad /\!/$$

(4) ☆にH→∞, r=Rを代入する。

$$\frac{1}{2}v^2 = GM\left(\frac{1}{r} - \cancel{\frac{1}{H+R}}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} \quad /\!/$$

III

(1)

たてのつり合いより.

$$N_1 = Mg$$

右下まわりのモーメントのつり合いより.

$$Mg \times \frac{L}{2}\cos\alpha = N_2 \times L\sin\alpha$$

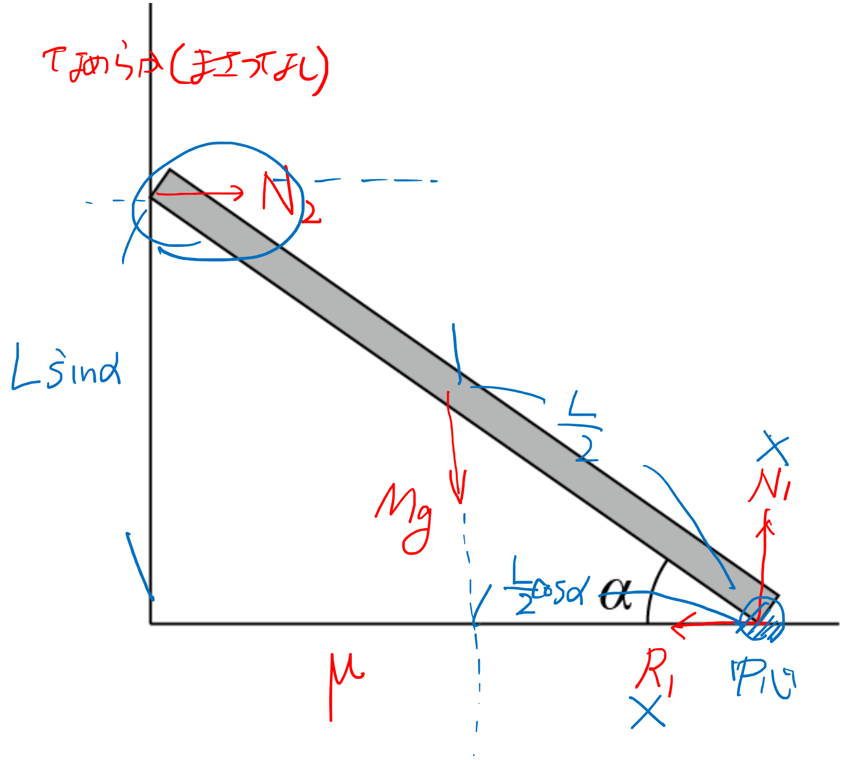
$$\therefore\ N_2 = \frac{Mg}{2\tan\alpha} \quad //$$

(2) すべらない $R_1 \leqq \mu N_1$

よこのつり合いより $R_1 = N_2 = \dfrac{Mg}{2\tan\alpha}$

$$\frac{Mg}{2\tan\alpha} \leqq \mu Mg$$

$$\therefore\ \tan\alpha \geqq \frac{1}{2\mu} \rightarrow \tan\alpha_1 = \frac{1}{2\mu} \quad //$$



III

(3) たての力のつり合いより

$$N_1' = (m+M)g$$

よこの力のつり合いより

$$N_2' = R_1'$$

右下まわりのモーメントのつり合いより

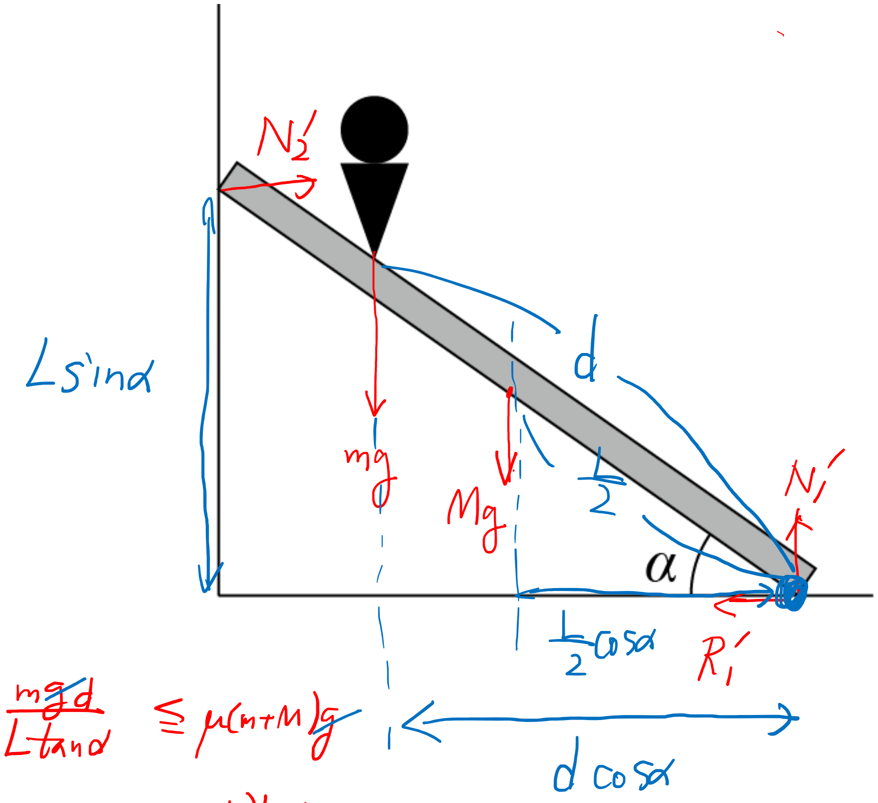
$$N_2' \times L\sin\alpha = Mg \times \frac{L}{2}\cos\alpha + mg \times d\cos\alpha$$

すべらないので $R_1' \leqq \mu N_1'$

$$N_2' \leqq \mu(m+M)g$$

$$N_2' = \frac{Mg\cos\alpha}{2\sin\alpha} + \frac{mgd\cos\alpha}{L\sin\alpha}$$

$$= \frac{Mg}{2\tan\alpha} + \frac{mgd}{L\tan\alpha}$$



$$\frac{M\cancel{g}}{2\tan\alpha} + \frac{m\cancel{g}d}{L\tan\alpha} \leqq \mu(m+M)\cancel{g}$$

$$\frac{ML}{2m} + d \leqq \frac{\mu(m+M)L}{m}\tan\alpha \rightarrow d = \frac{\mu(m+M)L}{m}\tan\alpha - \frac{ML}{2m}$$

(4) $d = L$ とすれば より

$$1 = \frac{\mu(m+M)}{m}\tan\alpha_2 - \frac{M}{2m}$$

$$2m = 2\mu(m+M)\tan\alpha_2 - M \rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{2m+M}{2(m+M)\mu}$$