

棒材の力学

1. テーマの位置づけ

棒材は最も単純な構造で、出題も割とよく見られます。また、他の分野の知識もほとんど使いませんので、構造力学の最初に学習するのには最適な分野です。さらに、棒材の力学で出てきた流れがそのまま梁構造物でも出てきます。その意味でも、重要な分野です。また、典型問題からの出題が多いため、解き方を身につければ正解にたどり着ける可能性が非常に高いと言えます。

ところで、国家一般職の正答率などを見ると、必ずしも正答率が高いわけではありません。これは、応力、ひずみといった細かい概念に加え、ヤング率、荷重、伸びなど様々な量が出てくるため、考え方がまとめ切れていないことが原因だと思われます。また、多くの参考書では、新しく出てきたひずみ、応力を主役にした解説が多いため、考え方をまとめ切れていないからではないかと思えます。

一方、新スー過去では、ばね定数を使って、明確かつ簡単に問題が解けています。単純に計算量が減るだけでなく、見方を知ること、見ただけで何をすれば良いのかが一目見てわかる、そんな明快さが伝わればと思います。

2. テーマの目標

このテーマで学んでもらいたいことを並べておきます。

- (1) 棒をばね定数が $k = \frac{EA}{l}$ のばねと見なせること
- (2) ばねの合成公式を覚えること
- (3) 並列ばねの分担比の公式を覚えること
- (4) ひずみ、応力の定義式を覚えること

線形弾性体とは、フックの法則が成り立つ材料のことですが、棒の場合はダイレクトにばねと見なせるということです。そして、棒を「ばね」と見ることで直列構造、並列構造を見つけることができます。もちろん直列ばね、並列ばねの扱い方については、事前に用意をしてきます。これにより、様々な問題を一貫して解くことができます。したがって、重要ポイント 2 がこのテーマでは最重要事項となります。

この中では (3) がやや難しく感じられるかもしれません。ばね定数 k はばねの「硬さ」を表します。硬いとは変形しないことですが、直感的には「強い」と言えるかもしれません。並列ばねは、力を複数のばねに分散して支える構造ですが、この時に「強いばねにその分分担してもらう」というのが、この公式の意味です。つまり、 $k_1 : k_2 = 1 : 2$ の場合、 k_2 の方が 2 倍硬い＝強いばねですが、並列ばねにすると、 k_2 の方に力が 2 倍負担されるのです。実際に、この 2 つのばねを両手で同時に縮めようとする、硬いばねの方に大きな力を感じるはずですが。

ところで、ここでいうばねとは「フックの法則が成り立つ」だけが条件です。したがって、フックの法則が成り立つのであれば、棒でなくても同じ解法が取れます。これが「テーマ 10」への伏線となっています。

また、重要ポイント 1 の「(1) 応力」で書かれた「力は断面の中を一樣に広がる」という話は「テーマ 9」への伏線になります。これについては、書籍の記述では足りないところもありますから、後で補足します。

このように、このテーマに書かれたことはこの後へ大きくきいてくるのですが、国家総合職を受験する場合には、更に大きな意味が出てきます。国家総合職の場合、土木構造力学だけではなく、

建築構造力学，機械材料力学も選択できます。それらの科目の中には，この「ばね」の考え方で簡単に解ける問題が数多く含まれているのです。その代表例が「棒のねじり」です。ばねの考え方を使えば，ばね定数を入れ替えるだけで解くことができます。その意味で，このテーマは可否を分けかねない重大テーマとなります。

3. 各問題の補足

製作上の都合により，棒材の力学のみ，実戦問題がテーマと対応していません。次の順で解いていくとよいでしょう。テーマ1，2のみ，この順番でノートを付けていきます。

必修問題 (P.12) → テーマ2の実戦問題 No.1, No.2, No.3, (更に No.5 の㊸, ㊹を解いてもよい)

必修問題 (P.13) → テーマ1の実戦問題 (P.18) → テーマ2の実戦問題 No.5 (P.27)

必修問題 (P.12)

並列ばねの合成公式の練習です。公式が頭に入っていれば，見ただけで解答の手順が思いつくはずです。

初めて解くときには，ゆっくりとばねの公式を使って，正解が出てくることを確認して下さい。ここだけではありませんが，初めて公式を使う場合は，計算ミスがないように特に心がけて下さい。これは，単なる計算ミスであっても，正解が出ない場合に変な苦手意識をもつ場合があるからです。

なお，これは土木構造力学の問題ですが，この年の国家総合職の構造力学は例外的に易しい問題が出題されていました。例年はもっとも難しい問題が多く出題されています。

この問題に対する演習問題は，テーマ2に入っていますので，次にそちらについてコメントします。

実戦問題 No.1 (P.24, テーマ2)

必修問題の応用と言うよりは，棒材の問題の練習です。この問題であれば，ばねの公式ではなく，単純に棒の伸びの公式

$$\delta = \frac{PL}{EA} \quad \therefore E = \frac{PL}{A\delta}$$

を利用してもよいでしょう。 L と δ が等しいため， $\frac{P}{r^2}$ の比をとればよいことがすぐに分かります。

もちろん，このように変形せずに単純に公式に代入して構いません。

実戦問題 No.2 (P.24, テーマ2)

非常に簡単な並列合成の練習です。必修問題の後で，全く同じ手段を使う問題を入れて確認してもらいたい，というのがここに入れた目的です。ここ以外でもこのような選択をしている箇所があります。

実戦問題 No.3 (P.25, テーマ2)

No.2と同じテーマですが，難易度は上がっています。この問題も並列合成で容易に解けます。ここまでの問題を通して，「ひずみ，応力」を主役にして解く場合と，「ばね定数－伸び，力」を主役にして解く場合で，後者がどれだけ便利かを分かっただければと思います。ひずみ，応力を主役にするこの問題は手間がかかるかもしれません。

なお，解答の最後で比の形にしていますが，このような形ではなく，

$$\frac{E_B}{E_A} = 4$$

と変形した方が，選択肢を見るとミスをしにくいと思います。

必修問題 (P.14)

この問題は難易度も出題頻度も高いため、重要度は高い問題です。と同時に、並列ばねの分担比の公式のよい練習例となっています。

ただし、最初に取り組む問題としてはやや難しいかもしれません。この後の実戦問題の方が数値としても解きやすい問題になっています。

なお、講義では、P.12 の必修問題に追加する問題として、棒部材①の応力を求めています。この場合、並列ばねの分担比より、

$$P_1 : P_2 : P_3 = 2EA : 2EA : 4EA = 1 : 1 : 2$$

となるので、 $P_1 = \frac{1}{1+1+2}P = \frac{P}{4}$ より、

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{2A} = \frac{P}{8A}$$

が答えとなります。これを手がかりに解いてみてください。一度分かると、類題はみな同じように解くことができます。計算も簡単で非常に便利です。

なお、この問題には等価断面を用いて別解があります。択一では不要ですが、総合職で記述式まで選択する人は用意しておいてもよいでしょう。後述します。

実戦問題 No.1 (P.18)

必修問題の練習用です。こちらの方が難易度が低くなっています。分担比の公式を知っていれば、すぐに計算してしまいましょう。これが解法 1 です。解法 1 を使うと、正解に無関係な荷重が（どんな値でも大小関係は同じ答えになる）、なぜ 1100N という中途半端な値に設定されているのか、出題者の意図が分かるのではないかと思います。こうした、綺麗な数値設定がされている問題は優先的に採用しています。初めて問題演習をするときに、自分のやっていることが正しいと確信をもって解けるからです。ここで建築職の総合職を選択したのもこれが理由です。

計算量だけみれば、解法 2 の方がやや計算量は少ないと言えます。しかしわずかの差ですので、どちらが優れているという程でもないです。解法 1 で十分見通しがいいですね。

実戦問題 No.5 (P.27)

棒の公式のまとめの問題です。応力に関する㉗、㉘と、伸びに関する㉙、㉚に分かれますが、選択肢を見て想像できるとおり、両方計算しないと正解が出てきません。ただ、ばね定数を計算してみると、数値が綺麗になりますので、解いていて楽しい問題ですね。補足にあるとおり、片方について計算した後、一本の棒のみに注目して他の値を計算することもできます。もちろん、先に伸びを求めてもよいでしょう。この問題が確実に解けるようなら、棒の公式は大丈夫と言えます。

発展メモ：等価断面

並列ばねの分担比の問題では、別の解き方を使うこともできます。

ばね定数の公式 $k = \frac{EA}{l}$ でも、棒の伸びの公式 $\delta = \frac{PL}{EA}$ でも、ヤング率 E と断面積 A は一緒

に積として出てきています。つまり、ヤング率が 2 倍になることと、断面積が 2 倍になることは同じことになります。これを使うことで、棒に働く応力を簡単に出すことができます。

つまり、ヤング率が異なる棒は、断面積を変えることでヤング率を同じ値に揃えることができるのです。これを使うと、並列の棒に加わる応力の計算が少し簡単になります。

たとえば、必修問題 (P.14) のノート（すぐ上）で出てきた必修問題 (P.12) の追加問題では、

国家総合職レベルの一部の問題で使える時があります

棒部材②のヤング率を E にするかわりに断面積を $2A$ にしてしまえば、すべて同じ材質ですから一

本の断面積 $8A$ の棒と見なして、応力を $\sigma_1 = \frac{P}{8A}$ と求めることができます。また、必修問題 (P.14)

も、材料 2 のヤング率を $\frac{E_1}{E_2}$ 倍して E_1 に変える代わりに断面積を $\frac{E_2}{E_1}$ 倍して $A_2 \times \frac{E_2}{E_1}$ にする

と、全体で断面積 $A_1 + A_2 \times \frac{E_2}{E_1} = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{E_1}$ となるため、

$$\sigma_1 = \frac{PE_1}{E_1 A_1 + E_2 A_2}$$

と求まります。

この方法は応力を求めるのには有利ですが、他の値を求める場合には、ばね定数で考えた方が簡単に解けます。スー過去では、幅広く問題が解けるばね定数の考え方のみを掲載しました。実戦問題 No.5(P.27) ㉗も同様にこの方法で解けますので、興味がある人は確かめてみるとよいでしょう。

ver. 2020/01/29