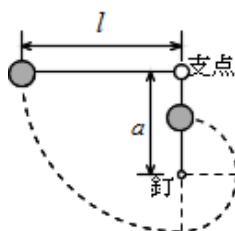


2012 今週の工学の基礎 第6回

丸山大介*

2012 年 3 月 17 日

【No. 1】(2012.3.2) 長さ l の質量の無視できる糸があり一端に質量 m のおもりがつけられていて、もう一端を壁に支点として固定されている。支点の鉛直に a だけ下の場所には小さな釘があり、糸が巻き付けるようになっている。いま、ひもを張った状態で、支点から水平になるように支え、静かに放したところ、糸が鉛直となってから釘に巻き付き、途中でゆるむことなく、釘の周りを一周した。このように糸がゆるまずに釘の周りを一周するための、 a の最小値を求めよ。ただし、重力加速度を g とする。



解答

おもりが1回転した後の最高点にいる場合の速さを v とする。釘に絡まった後の回転の半径は $l - a$ なので、最下点を基準とする力学的エネルギー保存より、

$$mgl = 2mg(l - a) + \frac{1}{2}mv^2$$

最高点において、糸の張力を T とすると、鉛直方向の力のつり合いより、

$$T + mg = \frac{mv^2}{l - a}$$

この2式より、最高点における糸の張力は、

$$T = mg \frac{4a - 2l}{l - a} - mg = mg \frac{5a - 3l}{l - a}$$

ここで一回転するためには、 $T \geq 0$ でなければいけないので、

$$a \geq \frac{3}{5}l$$

が一回転する条件である。

非等速円運動の問題で、解き方も基本通りです。ただし、半径が少し求めにくくなっていますので、その点に注意が必要です。ところで、半径 r のループを一回転するための最小速度は $\sqrt{5gr}$ です。これを利用すると、今回は最下点で $\sqrt{5g(l - a)}$ の速さならよいわけですから、

$$mgl = \frac{1}{2}m(\sqrt{5g(l - a)})^2 = mg \frac{5l - 5a}{2}$$

とすれば簡単に求めることもできますね。

* ©MARUYAMA Daisuke 2012 <http://www.maru-will.com/>