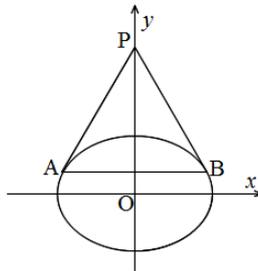


2012 今週の工学の基礎 第9回

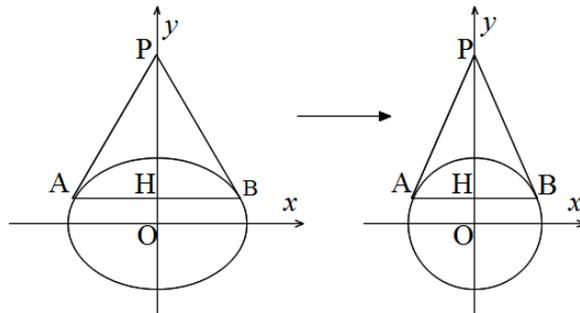
丸山大介*

2012年4月28日

【No. 1】(2012.4.27) 楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ に y 軸上の定点 $P(0, a)$ (a は正とする) から接線を2本引き, その接点をそれぞれ A, B とする。△PAB が正三角形となるとき, a の値を求めよ。



そのまま考えるのは難しいので, x 方向を $\frac{1}{2}$ 倍して, 楕円を円 $x^2 + y^2 = 1$ にする。こうしても, 接線は接線のままである。下図のように点 H をとる (便宜上変換後も対応する点は同じ文字を用いた)。



もともとが正三角形だったので, 変換後は,

$$HB : HP = 1 : 2\sqrt{3}$$

となる。つまり, PB の傾きは $-2\sqrt{3}$ である。そこで, 直線

$$y = -2\sqrt{3}x + a$$

と原点との距離が1なので, 点と直線の距離の公式を使うと,

$$1 = \frac{a}{\sqrt{1+12}} = \frac{a}{\sqrt{13}}$$

したがって,

$$a = \sqrt{13}$$

* ©MARUYAMA Daisuke 2012 <http://www.maru-will.com/>

となる。

なお、このあと x 軸方向に 2 倍して、元の図形に戻す必要があるが、 P の座標は変わらない。

楕円の問題は、H.16, H.20 と 2 回出題されています。4 年に一度と考えると今年はお題される年... とまでは思いませんが、直前に見てもすぐに手法を学ぶことが出来る、ということで出題しました。念のため心に留めておいてくださいな。