

2012 今週の工学の基礎 第 11 回特別編

丸山大介*

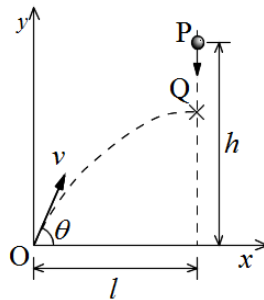
2012 年 6 月 11 日

【No.1】循環小数 $0.\dot{1}3\dot{2}$ を既約分数として表したものと正しいのはどれか。(H.24 労基 B)

1. $\frac{33}{249}$ 2. $\frac{40}{343}$ 3. $\frac{43}{325}$ 4. $\frac{44}{333}$ 5. $\frac{47}{356}$

【No.2】図のように、小球を、点 O から水平面となす角度 θ 、初速 v で斜方投射すると同時に、別の小球を O から水平距離 l 、高さ h にある点 P から自由落下させたところ、P の真下にある点 Q で、二つの小球が衝突した。

Q は、斜方投射した小球の最高到達点であったとすると、Q の高さとして最も妥当なのはどれか。(H.24 労基 B)



1. $\frac{1}{4}h$ 2. $\frac{1}{3}h$ 3. $\frac{1}{2}h$ 4. $\frac{1}{\sqrt{2}}h$ 5. $\frac{1}{\sqrt{3}}h$

* ©MARUYAMA Daisuke 2012 <http://www.maru-will.com/>

【解答 1】 正解 4 難易度 A

$$S = 0.132132132 \dots$$

とおくと、

$$1000S = 132.132132132 \dots$$

辺々引き算をして、

$$\begin{aligned} 999S &= 132 \\ \therefore S &= \frac{132}{999} = \frac{44}{333} \end{aligned}$$

ポイント

数列としての出題なのですが、あまりにも、と言う問題で、出されたら落とせない問題です。教養でもでてくるかもしれませんね。端的に、

$$0.\dot{1}3\dot{2} = \frac{132}{999}$$

を公式として覚えていた人もいたでしょうし、いざとなれば、1 から順に選択肢の分数を筆算で計算してもあまり時間はかからないでしょう。

【解答 2】 正解 3 難易度 B

モンキーハンティングの問題であるので、O から小球に当てるためには、直接小球を狙えばよい。つまり、

$$\tan \theta = \frac{h}{l}$$

次に、等加速度運動の式をたてる。衝突したとき、つまり、水平距離が l のときにちょうど放物運動の頂点だったことを考える。等加速度運動の公式より、O から打った小球の運動は、時間を t として

$$\begin{aligned} x &= v \cos \theta t \\ y &= -\frac{1}{2}gt^2 + v \sin \theta t = -\frac{1}{2}g\left(t - \frac{v \sin \theta}{g}\right)^2 + \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g} \end{aligned}$$

と表される。

よって、最高点では、

$$t = \frac{v \sin \theta}{g}$$

であり、最高点の高さ、つまり衝突点の高さは、

$$y = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

である。

一方、衝突時間を x 方向の式に代入すると、

$$l = \frac{v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

であり、最初の式から、

$$h = l \tan \theta = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{g}$$

したがって、衝突点の高さは、

$$y = \frac{1}{2}h$$

である。

ポイント

有名なモンキーハンティングですが，その中では難しい問題になります。最初に衝突する条件を使っていますが，これを知らないと，更に計算量が増加します。

途中で， y 方向の式を平方完成しています。ここは， y 方向の速度成分が 0 になることから最高点高さを計算する方が普通でしょうが，最高点での時間と高さの両方がほしい場合には，平方完成も速いことも知っておくとよいでしょう。

なお，計算結果は簡単になりましたが，実はこれには裏があります。一般に，放物線の接線と軸との交点と，接点から軸に下ろした垂線の足は，頂点に関して対称の位置にあります。つまり，下の図で， $OP = OQ$ ということです。これを今回の問題について見てみれば，ちょうど高さ h の真ん中で衝突することがわかるかと思います（放物運動の放物線を見ます）。

