

2012 今週の工学の基礎 第16回特別編

丸山大介*

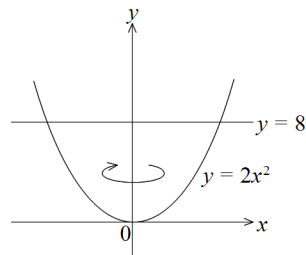
2012 年 6 月 18 日

【No.1】 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 7$ が, $x = -3$, $x = 2$ で極値をとり, $f'(0) = -36$ を満たすように, 定数 a , b , c を定める。このとき, $f(x)$ の極小値はいくらか。(H.24 国家 II 種)

1. -17 2. -27 3. -37 4. -47 5. -57

【No.2】 図のように, $y = 2x^2$ と $y = 8$ で囲まれた部分を y 軸を中心に回転させたときにできる部分の体積として正しいのはどれか。

ただし, 円周率は π とする。(H.24 国家 II 種農業農村工学)



1. 16π 2. $\frac{96}{5}\pi$ 3. $\frac{128}{5}\pi$ 4. 32π 5. 64π

* ©MARUYAMA Daisuke 2012 <http://www.maru-will.com/>

【解答 1】 正解 3 難易度 A

$x = -3$, $x = 2$ で極値をとることから、求める 3 次関数の導関数について、

$$f'(x) = 3a(x+3)(x-2)$$

とおける。

ここで、

$$f'(0) = 3a \times 3 \times (-2) = -18a = -36$$

であるので、 $a = 2$ であり、同時に $a > 0$ であるので、3 次関数のグラフの形を考えれば、極小値は $x = 2$ であることがわかる。したがって、

$$f'(x) = 6(x+3)(x-2) = 6(x-2+5)(x-2) = 6(x-2)^2 + 30(x-2)$$

であるので、これを積分して、

$$f(x) = 2(x-2)^3 + 15(x-2)^2 + f(2)$$

となり、 $f(0) = 7$ であることから、

$$f(2) = 2 \times (-2)^3 + 15 \times (-2)^2 + f(2) = 44 + f(2) = 7$$

$$\therefore f(2) = -37$$

ポイント

上の解答ではかなり工夫した計算をしています。実際には計算ごり押しで十分に解答できる範囲です（その場合、解と係数の関係を利用すると、 a , b , c が少しだけ容易に計算できます）。また、どちらが極大で、どちらが極小かも、計算すれば容易に判別できると思います。いずれにしても、少し時間をかけてでも確実に正解したい問題です。

【解答 2】 正解 1 難易度 A

y 軸回転体の体積の公式に代入すると、

$$\pi \int_0^8 x^2 dy = \pi \int_0^8 \frac{y}{2} dy = \pi \left[\frac{y^2}{4} \right]_0^8 = 16\pi$$

ポイント

y 軸回転体の問題です。公式を確認しておいて下さいね。公式を知っていれば、後は計算だけです。