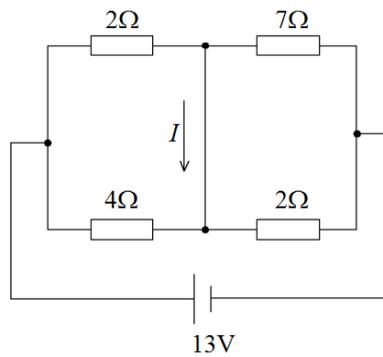


2013 回路を解いてみましょう 第3回

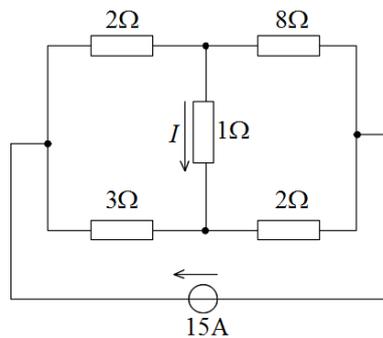
丸山大介*

2013年4月24日

【No. 1】(2013.4.6) 図のような回路において、電流 I を求めよ。



【No. 2】(2013.4.6) 図のような回路において、電流 I を求めよ。



【No. 1】

まず、回路の合成抵抗を求めて、全電流を求める。左側の2つの抵抗、及び、右側の2つの抵抗はそれぞれ並列回路であるので、合成抵抗を求めると、

$$R = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} + \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{2}} = \frac{4}{3} + \frac{14}{9} = \frac{26}{9} \Omega$$

したがって、求める全電流 I は、

$$I = \frac{13}{R} = 4.5 \text{ A}$$

となる。

* ©MARUYAMA Daisuke 2013 <http://www.maru-will.com/>

まず左側の2つの抵抗について、流れる電流は、抵抗値に反比例するので（並列）、上側の2Ωの抵抗に流れる電流は、

$$4.5 \times \frac{4}{2+4} = 3.0\text{A}$$

次に、右側の2つの抵抗についても同じであるので、上側の7Ωの抵抗に流れる電流は、

$$4.5 \times \frac{2}{7+2} = 1.0\text{A}$$

となる。

したがって、求める電流は、

$$3.0 - 1.0 = 2.0\text{A}$$

ポイント

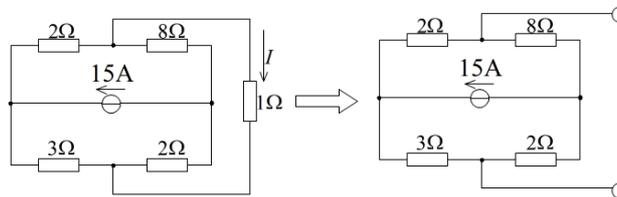
H.24の国家総合職の専門の問題なのですが、非常に易しい問題ですね。直並列回路であることを見抜ければ、あとはキルヒホッフの法則を使っても、上のように直並列回路の性質を使っても簡単に解くことができます。

ただし、電気系の人にとっては、この問題そのものが重要なものではありません。この問題は、電気専門であれば解けなければいけない問題だからです（中学範囲で解ける回路ですよ）。問題は、次のNo.2の回路です。この回路は、平衡していれば易しいのですが、平衡していないと、相当な計算量が必要となります。でも、本問をみてわかるとおり、1つでも抵抗がなくなれば、ただの直並列回路になってしまいます。この点をよく覚えておきましょう。

【No. 2】

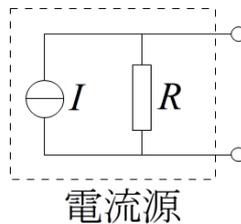
（解1）ノートンの定理を使う

与えられた回路を次のよう（左図）に書き換える。

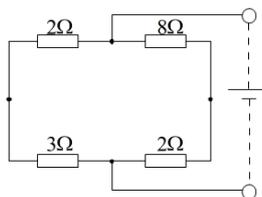


ここでノートンの定理を考える。そこで、上の右のように、求める抵抗部分を取り外しておく。

そして、この回路を次のような内部抵抗のついた理想電流源とみなして、このときの I と R を求める。



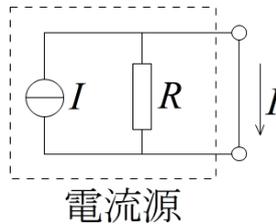
まず、 R を求める。そのためには、電流源を外して、回路を合成すればよい（このとき、求める抵抗の代わりに電源でもつけて考えるとわかりやすいであろう）。つまり、図の場合の合成抵抗を求める。



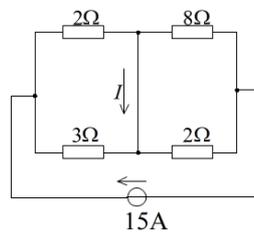
このときの合成抵抗は、

$$R = \frac{1}{\frac{1}{2+3} + \frac{1}{8+2}} = \frac{10}{3} \Omega$$

次に、電流 I を求める。このときには、端子を短絡して、流れる電流を求めればよい。そうすれば、内部抵抗 R には電流が流れないため、 I がすべて導線を通るからである。



この場合、元の回路に戻って計算した方が計算しやすいので、元の回路で、求める抵抗を外して短絡する。



この場合、上側を流れる電流を考えると、左上の 2Ω を流れる電流は、その下の 3Ω と並列なので、

$$15 \times \frac{3}{2+3} = 9A$$

次に、右上の 8Ω を流れる電流は、

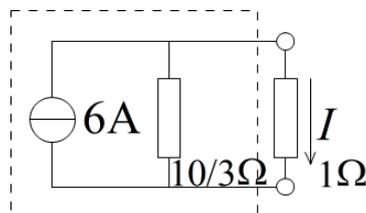
$$15 \times \frac{2}{8+2} = 3A$$

であるので、求める I は、

$$I = 9 - 3 = 6A$$

となる。

したがって、与えられた回路は、求める抵抗から見ると、次のような抵抗付きの電流源と見なせる。



したがって、求める電流は、抵抗に反比例するため、

$$I = 6 \times \frac{10}{3+10} = \underline{4.6A}$$

ポイント

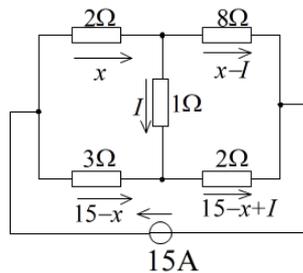
H.21 の国家総合職の専門の問題です。出題意図を汲んで、ノートンの定理を使ってみました。解答は長いのですが、実質的な計算量は非常に少ない、ということに気付いたでしょうか？テブナンの定理も同じなのですが、一度解き方が理解できると、短時間に簡単な計算で解くことができます。これがノートンの定理の特徴です。

また、ここで、電流源の電流を求めるときに、No.1 と同じ回路が登場していることにも注意しておいてください。いずれにしても事前に用意して、短時間で確実に解けるようにしておく回路なのです。

このノートンの定理は、過去には、総合職の記述試験で出されることが多かった定理です。記述での選択も視野に入れている人は、定理の説明も含め用意しておくべき方法なのです。

とはいえ、キルヒホッフの法則でも解けないわけではありません。むしろ今回はそれでも簡単と言えます（理想電流源が理想電圧源なら、テブナンの定理を使わないとかなり計算量が増えてしまいますが）。そちらもやってみましょう。

(解 2) キルヒホッフの法則を使う



図のように電流 x をおく。左から右の端子まで、上の抵抗 2 つを通っても、下の抵抗 2 つを通っても電圧の和は同じなので、

$$2x + 8(x - I) = 3(15 - x) + 2(15 - x + I)$$
$$\therefore 15x - 10I = 75$$

次に、左の端子から、中央の下側の端子について、 $2\Omega \rightarrow 1\Omega$ と通っても、下の 3Ω を通っても、電圧は変わらないので、

$$2x + I = 3(15 - x)$$
$$\therefore 5x + I = 45$$

以上から x を消去して、

$$I = \frac{60}{13} = 4.6\text{A}$$

ポイント

2 文字ですべての電流を表すことができるため、やってみると計算量もそれほど多くありません（もちろん計算量だけで言えば、ノートンの定理やテブナンの定理にはかないませんが）。

ただ、電流源の問題では、電流源を通らずにキルヒホッフの第 2 法則をたてなければいけませんので、練習していないと短時間では解けなかったかもしれません。

いずれの解法にしても、事前の準備が大きかったということですね。