

第 1 章

各種の基本計算

この章では、指数、対数、三角関数、行列、論理計算、数列と言った、図形以外の基本的な計算を集めてあります。これらは個々に見れば必ずしも毎年出題される分野ではありません。しかし、工学の基礎の他の分野、たとえば微積分などで利用される場合があるだけでなく、更に、専門試験でもこれらの計算は利用される事が多々あります。そのため、事前に勉強しておいてもらいたい、という意味で最初に入れました。

そのため、逆に言えば、指数、対数などは、専門試験の勉強などで行き詰まってからこの章の勉強を初めてもよいかと思います。また、講義の場合、この章から始めると、基本的とはいえ、講義自体が単調になりかねませんので、この章はその点でも後回しでもよいかと思います。

とはいえ、この章の中では、行列はややレベルが高く、まとまった話になります。ですので、行列のみを特に扱う、という方法もあるかもしれません。なお、2015 年の大学入学試験から、(通常の数学からは) 行列が完全に消えることになります。公務員試験では、この影響は 2017 年 (H.29) 辺りから出てくると考えられます。出題者は高校範囲にはあまりとらわれていないようですので、それ以降は、この分野の扱いは(行列の積からして未習となる可能性があるため) 難しくなるかもしれません。

【例題 1-1】(H.19 国家 II 種)

対数の計算練習例題として選びました。この問題で使う性質は、対数の代入計算と底の変換公式になります。問題集の最初の問題としてはやや難しいため、特に独学の場合には、ここで難しい印象を持ちかねないのではと心配をしていますが、大学講座なのでは、あまりにも簡単な問題では講師が説明をしにくいので、敢えて説明するための問題として選んでいます。

まず、底がそろっていないため、これをそろえる必要があること、そのために底の変換公式が必要になることを理解することが大切です。これを踏まえて、これらの公式の使い方を把握すること及び、数値計算から対数の意味を理解することが目的となります。

注意を付けませんでした、

$$\log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$$

といった計算が正しくできるのかを確認することも必要になるかもしれません。

【例題 1-2】(H.22 地方上級)

論理計算の紹介のための問題です。論理の問題は以前は毎年地方上級で出題されていましたが、この問題を最後に今のところ出題がありません。ただし、市役所試験では近年も出題があります。また、情報が試験範囲となっている労基 B でも出題があります。

論理の問題は、実際に全部の場合を調べれば確実に解けるため、用意してあれば得点源となります。その意味で、一度でも解いてあるかどうかで差が付く分野と言えるかもしれません。

独自に行った演習での
正答率は、43.5%です

なお、本問では、AND、OR を初めとして、すべての論理素子に定義が付けられています。地方上級では過去の出題ではすべてこのような説明がありました。したがって、地方上級対策としては、これらの素子を覚える必要はないと言えます。

逆に労基 B ではこのような説明がないのが普通です。ですので、素子の定義は覚える必要があります。

また、論理計算は、国家総合職工学区分で、情報関連の科目、及び電子工学で出題があります。この場合も定義は覚える必要がありますが、国家総合職の問題としては易しいため、これらの科目を選択する場合には用意しておくといよいでしょう。

【例題 1-3】(H.25 地方上級)

論理に変わって、地方上級でよく出題されるようになったのが、この n 進法の問題です。情報の問題として用意されているためか、過去は 2 の累乗の進法ばかりの出題となっています。

基本的に教養でも学ぶため、ここでは工学の基礎でも出題されるということを紹介することが問題を選んだ一番の理由です。ただし、教養試験ではほとんど出題のない 16 進法や、小数の問題が、定義も説明もなく出題されています。これらの問題の正答率は調べた限りで非常に低いため、要注意分野と言えます。

【例題 1-4】(H.23 国家 II 種)

行列計算の練習、及び、行列の n 乗の問題の練習として取り上げました。

行列の問題は、労基でほぼ毎年出題がある以外には、国家一般職、総合職、地方上級いずれも毎年は出題されず、時々出題にとどまっています。労基を除けば、そのほとんどが積の計算の計算力を問う問題となっています。ここでも、まずは行列の積が計算できることを確認したいというのが選んだ理由です。

一方で、ここでは A^{2011} を聞いている。こうした行列の n 乗の計算は、過去には国家総合職で頻出ですが、いずれも A^2 , A^3 と計算していけば容易に類推できるものばかりで、今回もそのような形、誘導となっています。ですので、基本的には規則があることを前提に計算する方針になるでしょう。

独自に行った演習での
正答率は、60.9%です

【例題 1-5】(H.25 地方上級)

内容としては 1 次変換の紹介です。また、地方上級の最近の行列の出題例としての意味合いもあります。

1 次変換は、かつてはよく出題されており、H.13 国家 II 種には、本問とほぼ同じ内容の問題が出題されています。

掲載した解答は 3 通りあり、このうち後半の 2 つの解法は 1 次変換らしい解法ですが、行列自体が高校ではあまり重視されていない現状では、最初の解法がもっとも実践的な解法ではないかと考えています。

ただし、国家総合職の場合には、この最初の解法が、No.10 の問題の基礎になることには注意が必要です。

【例題 1-6】(H.26 国家一般職)

数列の出題は、国家一般職に変わった平成 24 年から国家一般職では見られるようになりましたが、それ以前にも、地方上級では稀に出題がありました。ただ、それ以上の教養試験にも出題されており、その範疇で、等差数列と等比数列を扱う場合が多いと思われます。工学の基礎での数列は、教養よりは数学色が強まりますが、それでも難易度は教養試験ほど高くありません。本問も、等差数列としては難しくなく、数列を本問を使って学習するというよりは、どちらかというと、単純に、工学の基礎での数列の出題例として掲載したところです。

【No. 1】(H.22 国家Ⅱ種)

指数法則の練習問題の意図で掲載しました。例題にはありませんが、専門試験でも指数法則が使われる場面があるため、その確認として使えるかと思います。

ところで、解答には描かれていませんが、底が3の対数をとって、対数計算をする方法ももちろんあります。解答では、「指数法則」という意図があったため、その方法を掲載しませんでした。これを紹介するのもよいでしょう。

【No. 2】(H.25 労基 B)

例題 1-1 に対応した底の変換公式の練習問題です。こちらの方が例題 1-1 より易しく、解きやすいと思います。最後の真数条件のみ注意が必要です。

【No. 3】(H.25 市役所試験)

例題 1-1 に対応した対数計算の練習問題です。ただし、難易度は格段に上がっています。

底がそろっていないため、底をそろえる必要がありますが、ここで底を2にしておかないと、後の不等式計算に支障が出ます。以降は不等式を解くまでは一本道ですが、ここまで長い手順を経た後で、真数条件に気を遣うのは短時間で慣れていないと至難の業ではないかと思います。

なお、2 次不等式の解答は別に項目を用意していませんが、時々出題がありますので、その練習も兼ねることになります。

いずれにしても、この問題は、ゆっくりと解いて、対数のまとめとして使うと共に、市役所、地方上級試験でこのような油断ならない難易度（ある意味引っ掛け問題）の出題があることを知る上でも有用かと思います。

【No. 4】(H.21 国家Ⅱ種)

三角方程式の練習問題ですが、簡単な三角関数の式変形の練習になっています。三角関数の計算問題は、過去には国家一般職での出題ばかりで、いずれも易しいものです。ただし、専門や物理でも使われるため、ここで2問用意しました。

【No. 5】(H.26 国家一般職)

三角方程式の練習問題で、これも有名かつ基本的な式変形です。今回用意した2問は、いずれも $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ さえ使えば容易に解けるもので、加法定理、倍角公式等が出てきていません。ただし、これらの公式も微積分の章で使われています。また、過去の労基ではやや難しい問題が扱われています。

【No. 6】(H.25 市役所試験)

小数の n 進法の問題で、例題 1-3 に対応する練習問題として選びました。仕組みを知っていれば簡単に思えるのですが、小数の2進数表示を扱った経験がない受験生が多く、解くのが難しいようです。

【No. 7】(H.25 国家総合職)

3 次正方行列の積の練習問題として選びました。実際に A^2 , A^3 と計算して類推するのが実践的です。上三角行列ですから、他にも解法がありますが、実際に類推して解いた人が多かったと思います。

【No. 8】(H.20 地方上級)

数列の練習問題と共に、地方上級での出題例として選びました。方法はいくつでもあり

独自に行った演習での
正答率は、27.5% です

独自に行った演習での
正答率は 20.0% でした

ますが、100 ですから、実際に書き出しても解くことができると思います。地方上級の方が、国家一般職での出題より、教養試験の出題に近いと思います。

【No. 9】(H.14 国家Ⅱ種)

やや古い出題でしたが、和に関する公式の練習問題として出題しました。具体的に a_2 , a_3 を計算してもよいかと思います。

【No. 10】(H.22 国家Ⅰ種)

この章の応用問題として、国家総合職も視野に入れる受講生を念頭に最後の問題に選びました。ですので、国家一般職、地方上級を目指している受験生にとってはレベルの高い問題だと思います。

実際の本試験では、言われたとおりに、点 $P(\alpha, \beta)$ の行き先を文字で計算した人が多かったようです。しかし、2 点の行き先を計算することで、全ての行き先が計算できるのが 1 次変換の大きな特長で、これを利用すると解答のようになります。この特長を紹介するのが本問を選んだ大きな理由です。

このことから、1 次変換の行列の成分は、 $(1, 0)$, $(0, 1)$ の 2 点の行き先さえ計算すればよいことがわかります。この事実、回転行列の導出などにも利用できます。

なお、行列になれていれば、本問では、 $(1, 2)$, $(2, -1)$ が固有ベクトルで、

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

から、

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

としても解くことができますが、固有値、固有ベクトルに気を遣っていないと気づかないと思います。