

第 11 章

国家 I 種 平成 14 年 No.61 構造力学 (土木系)

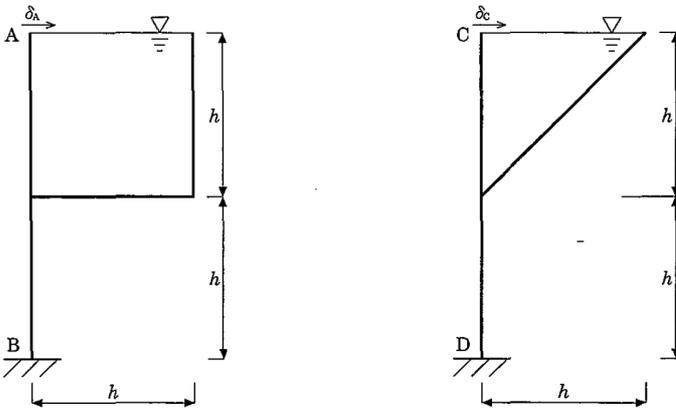
11.1 問題：たわみ

問題

内部に水を蓄えた構造物をモデル化して，図のような奥行きを単位長さとした骨組み構造を考える。この骨組み構造はそれぞれ点 B，点 D において固定支持されている。

このとき，点 A，点 C における水平変位の差 $\Delta\delta (= \delta_A - \delta_C)$ はいくらか。

ただし，部材は一様断面でその自重は無視でき，変形としては曲げ変形のみを考慮し，部材の曲げ剛性を EI とする。また，水の密度を ρ ，重力加速度を g とする。



1. $\frac{\rho gh^5}{6EI}$ 2. $\frac{\rho gh^5}{4EI}$ 3. $\frac{3\rho gh^5}{8EI}$ 4. $\frac{\rho gh^5}{2EI}$ 5. $\frac{2\rho gh^5}{3EI}$

11.2 難問パズルをどうぞ

今の問題に比べ，昔の問題は難しい，とよくいいます。全くその通りです。そして，土木系は，機械系，建築系よりも問題が難しい。これもその通りだと思います。

もっとも，受験生のレベルは，といえば，正直大きく変わったとは思いません。もちろん，世間で「ゆとり教育」と言われる前後の受験生を比べると，明らかにカリキュラムが縮小されているのがわかりました。たとえば，行列，空間座標（場合によっては複素数も），微分方程式は顕著で，これらは昔はいずれも高校範囲でした。しかし，理解力には大きな違いは見られないと感じています。

また，僕の場合，受講生には公務員試験という明確な目標があるからか，やる気，とい

う点でも大きな違いはないと思います。

だとすると、今と昔の違いは、「受験人数」及び「倍率」なのでしょう。この出題当時の H.14 は、国家 I 種理工 I の申込者数 6,800 人。H.25 は 2,600 人程度ですから、いかに減ったかがわかります。また、倍率も H.14 は 15.4 倍。これは採用抑制が一番きつかった H.22 の 11.3 倍よりも上になります。

この減少ペースは、もちろん少子化のペースを大きく上回っていますから、それ以外にも原因があるのでしょう（土木なんかは、明らかに世間の「公共事業叩き」が影響していると思いますけどね）。

とはいえ、昔の問題は難しすぎです。無茶です。そんな土木系の徹底的に難しい問題を 2 問ほど紹介します。とはいえ、2 問紹介するなら方向性の違う難しさをもった 2 問がいいですね。

というわけで第 1 問目です。当時は、3 時間 30 分で 40 問、つまり 1 問 5 分ちょっとが標準時間、というのをふまえて考えてみるとよいでしょう。

11.3 手掛かりを探す

では解答を探していきましょう。とはいえ、ちょっと手掛かりがなさそうです。そんなときにはまず「何を求めるのか」そして、「それについて自分が何を知っているのか」を考えていきましょう。

今回求めるものは「たわみ」ですが、ただのたわみではなく「たわみの差」です。とはいえ、まずは「たわみ」の求め方を考えましょう。

これにはいくつかの方法があります。支配方程式を解く、カスティリアノの定理、単位荷重の定理…しかし、ここでは単位荷重の定理がいいでしょう。1 カ所のたわみをもとめるだけなら、一番単純方法です。これは次のように書かれます。

$$\delta = \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx$$

EI は問題ありませんので、ここでは M と \bar{M} が問題となります。ここで \bar{M} は、「求めたい変位の位置に、同じ方向に単位荷重を加えたときの曲げモーメント」です。ところが、求める変位は同じ場所、同じ方向ですから、2 つのたわみにおいて共通です。そこで、次のようになるわけです。

$$\delta_A - \delta_C = \int \frac{(M_A - M_C)\bar{M}}{EI} dx$$

したがって、2 つの図の曲げモーメント図の差がわかれば計算できます。これは重ね合わせの原理の一種です。ここまですが第一段階の壁となります。

11.4 構造物の範囲を絞る

しかし、これだけではまだ解決しにくいと言えます。というのも、2 つの構造の形が違うため、このままでは、結局引き算しようもないからです。

引き算で解決しようとする、2 つの構造に共通する縦部材だけで相手にしたいこととなります。

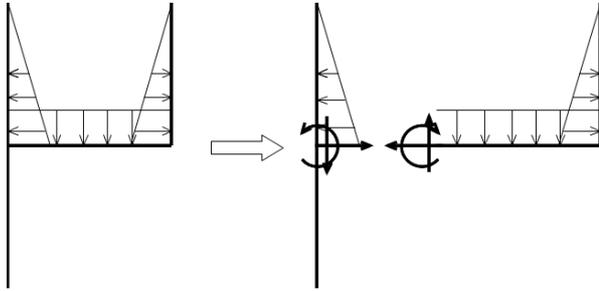
ここで知っておいてもらいたいのは、物理では、どこまでを 1 つの物体とみるのかは人の自由である、ということです。そこで今回は、AB の縦部材、CD の縦部材だけを考えることにしましょう。

この「どこまでを 1 つとみるか」というのは難しい問題では結構重要になります。今回は、構造の一部だけを考えることで共通部分を取り出しました。よく見られるのはこの逆で、分ける必要のないものを分けて考えるものがよく見られます。ある程度慣れてきた

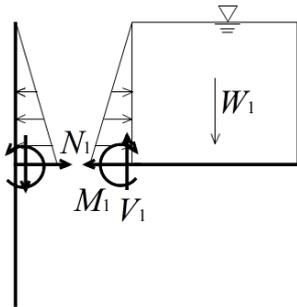
よく見られる解答として、都合よく問題ごとに解法を使い分けるものの、なぜその解法をとったかが書かれていないものが見られます。これでは難しい問題では片手落ちです。また、問題ごとに「最短の解法」ととるとなると、たわみの問題だけでいくつもの手法の習得が必要になりますが、これは実践的ではありません。公務員試験では、単に「最短」だけでなく、1 つの解法で「どれだけ守備範囲も広げられるか」という視点をもつことも大切なのです

ら、複雑な構造でも、分けた方がいいのか、そうでないのかを考えてみるとよいでしょうね。

では、まず AB について考えてみましょう。これを張り出し部とそれ以外に分け、水から受ける力を図示したものが次のものです。

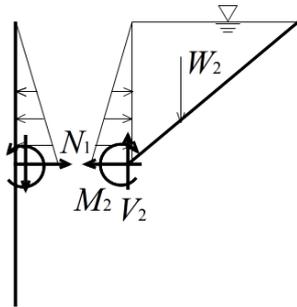


このように分けると、AB はただの梁（柱）になります。分けたところに接触力が働くことに気をつけます。ただ、これではまだ複雑です。そこで、張り出し部については、何を1つと見ても自由なのですから、水も含めて1つの物体とみることにしましょう。すると、次のようになります。



水の重量を W_1 、張り出し部と AB の間の力は、軸力を N_1 、モーメントを M_1 、せん断力を V_1 としています。水も併せて1つとみたため、水が AB から静水圧の反力を受けていることに気をつけましょう。

では、CD についても同じようにします。すると次のようになります。



軸力は静水圧の反力と等しく、その静水圧は AB と同じですので、軸力も等しく N_1 となることに気をつけましょう。

ここで、曲げモーメントの引き算してみることにしましょう。重ね合わせの原理を考えれば、曲げモーメントを計算してから差を取ることも、荷重を引き算して、その場合の曲げモーメントを計算することも同じです。

ですので、2つの場合の荷重の差を考えましょう。AB、CD に加わる静水圧は等しいので差を取れば消えます。また、軸力も消えてしまいます。 $V_1 - V_2 = W_1 - W_2$ は残りますが、そもそも軸方向の力はモーメントを作りません（正確には偏心荷重ではないか、と

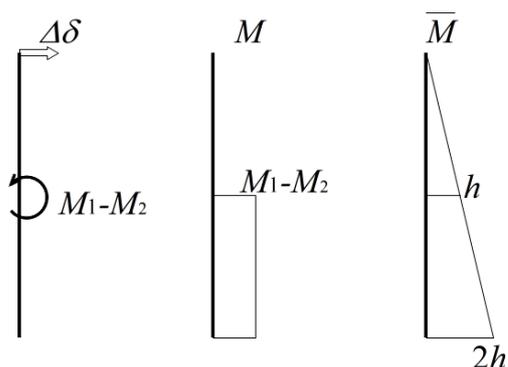
も思いますが、無視して良いでしょう)。

というわけで、残るのはモーメント $M_1 - M_2$ になります。ここで M_1, M_2 はそれぞれ、 W_1, W_2 のつくるモーメントですから、

$$M_1 - M_2 = \rho gh^2 \times \frac{h}{2} - \frac{1}{2} \rho gh^2 \times \frac{h}{3} = \frac{1}{3} \rho gh^3$$

となります。

ようやく終わりが見えてきました。結局、次のような集中モーメントが加わる場合の梁のたわみを求めればよいのです。



M 図も \bar{M} 図も易しく、図に示したとおりです。単位荷重の定理を使うと、上半分は $M = 0$ ですので 0 となりますので、下半分だけでよく、しかしこも M は一定ですから、結局積分は台形部分のみになります。計算結果は次のようになります。

$$\Delta\delta = \frac{1}{EI} \times \frac{1}{3} \rho gh^3 \times \frac{1}{2} (h + 2h) \times h = \frac{\rho gh^5}{2EI}$$

11.5 要求される水準

計算そのものはこのページの範囲にとどまりますので、気づいてしまえば、すぐに答えは出てきます。しかし、そのためには、荷重を正しく把握して、重ね合わせの原理が使えるなければいけません。静水圧も含め、すべて正しく考えられた人は、ごくごくわずかなことでしょう。題材はパズルのようで面白いのですが、これを7分程度で解くというのは相当なことです。

H.14 というのは、理工I(今の「工学」)という区分に分けられてから2回目の試験で、まだまだ試行錯誤の段階でした。そのためか、他の試験種、たとえば機械や電気であっても、今と比べるとかなり難しい問題が出題されていました。また、当時が就職氷河期で、倍率もいまよりずいぶん高く、難しい問題でも選抜できた、という事情もあるかもしれません。しかし、それにしても、この問題は難しすぎます。構造力学が3問しか出題されていないことを考えるとなおさらです。そして、この後3、4年で他の専門職種の問題は、急激に易くなっているのに対し、土木はここまでではないものの、相変わらず難問だったり、手間のかかる問題を出し続けています。

一つには、土木職にとって、総合職試験が一つの到達点と考えられているからかもしれません。ただ、今の選択制の場合は、ただただ不公平になるのではないかと、言う気もします。

では、この次には、章を変えて、土木関連で出題されたもう1つの難問を紹介することにしませう。