

H.27 年【No. 7】

x, y, z についての連立方程式

$$\begin{cases} x - y + pz = 1 \\ -x + 2y + qz = -3 \\ 2x - y + rz = s \end{cases} \quad (p, q, r, s \text{ は定数})$$

が複数の解をもつとき、 s はいくらか。

1. -2 2. -1 3. 0 4. 1 5. 2

最初に行列式を計算して、 p, q, r の条件を求めてもいかもしれませんが、ここではシンプルに変形していきます。

解答

係数を取りだした次の行列を考える。

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & p & 1 \\ -1 & 2 & q & -3 \\ 2 & -1 & r & s \end{array} \right)$$

これを变形して左下の成分を 0 にしていくと次のようになる。

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & p & 1 \\ -1 & 2 & q & -3 \\ 2 & -1 & r & s \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & p & 1 \\ 0 & 1 & p+q & -2 \\ 0 & 1 & r-2p & s-2 \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & p & 1 \\ 0 & 1 & p+q & -2 \\ 0 & 0 & r-3p-q & s \end{array} \right) \end{aligned}$$

これより、この連立方程式が不定となる条件は、

$$\begin{cases} r - 3p - q = 0 \\ s = 0 \end{cases}$$

まず、第 1 行を第 2 列に加え、さらに第 1 行の 2 倍を第 3 行に加えています。次に、第 3 行から第 2 行を引いています。実質加減法をしています。