

【No. 15】 1 から 6 までの目をもつサイコロを 180,000 回投げて、出た目が素数だったものに限って合計したとき、目の総和が 298,800 以上、301,200 以下となる確率に最も近いのは次のうちではどれか。

ただし、1 から 6 までの目が出る確率は全て等しく、サイコロ投げは全て独立に行われるとする。

なお、 $X_1, X_2, \dots, X_n$  を平均及び分散が有限である同一の分布に従う独立な確率変数列とすると、それらの確率変数列の加重和  $\sum_{i=1}^n \frac{X_i - E(X_i)}{\sqrt{n}}$  は、 $n$  が十分大きいとき、近似的に正規分布に従うとみなせることを用いてよい。

また、必要ならば標準正規分布の分布関数  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$  の近似値として、表の数値を用いてよい。

$x$	$\Phi(x)$
0.50	0.6915
0.75	0.7734
1.00	0.8413
1.25	0.8944
1.50	0.9332
1.75	0.9599
2.00	0.9772

1. 0.68      2. 0.79      3. 0.87      4. 0.92      5. 0.95

類題に慣れていないと難しいように思われます。解くために元も重要なことは、与えられた荷重和の分散が、元の確率変数の分散と等しいということです。これさえわかれば、標準化して表を使うだけになります。ただし、類題は過去にも出題されています。

## 解答

素数は 2, 3, 5 だけである。そこで、この場合の確率変数の期待値と分散  $V(X)$  を求めると、

$$E(X) = \frac{2+3+5}{6} = \frac{5}{3}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{2^2+3^2+5^2}{6} - \frac{25}{9} = \frac{32}{9}$$

問題文に与えられた加重和は、期待値が 0、分散は上の  $V(X)$  に等しく、これを具体的には計算すると、

$$\frac{\sum X_i - 180000 \times \frac{5}{3}}{\sqrt{180000}} = \frac{\sum X_i - 300000}{300\sqrt{2}}$$

となるが、これを標準化した

$$Z = \frac{\sum X_i - 300000}{300\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{32}{9}}} = \frac{\sum X_i - 300000}{800}$$

は、標準正規分布にしたがう。いま、 $-1.5 \leq Z \leq 1.5$  となる確率を求めればよいが、これは与えられた表より

$$2 \times (0.9332 - 0.5) = 0.8664$$

となるので、選択肢の中では肢 3 である。