１．直径 d の円形の断面を持った棒がある。この棒を削って，高さ h，幅 b の長方形の断面を持った棒を作りたい。中立軸周りの断面２次モーメント I を最大にするためには，b / h をどの値にすればよいか。ただし，$I = \dfrac{bh^3}{12}$ である。

２．動点 P は，時刻 t を用いると，動径（原点からの距離）r が，$r = at$，偏角（x 軸正方向から反時計回りにとった角度）θ が $\theta = bt^2$ で表される。$t = 1$ のときの P の速さを求めよ。

１．ラグランジュの未定乗数法を用いる。条件は，三平方の定理の $b^2 + h^2 = d^2$ である。

$$f = \frac{bh^3}{12} + k(b^2 + h^2 - d^2)$$

とおく。

$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{h^3}{12} + 2kb = 0\ ,$$

$$\frac{\partial f}{\partial h} = \frac{bh^2}{4} + 2kh = 0$$

これより，

$$\frac{3h}{b} = \frac{b}{h} \qquad \therefore \quad \frac{b}{h} = \sqrt{3}$$

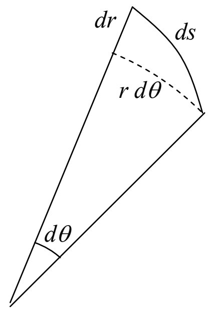
２．一般に平面極座標の場合，次の微小扇形の弧の長さを考えて，

$$v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\theta}{dt}\right)^2}$$

となる。これに条件を代入すると，

$$v = \sqrt{a^2 + \left(2abt^2\right)^2}$$

となるので，求める速さは，$v = \sqrt{a^2 + 4a^2b^2} = a\sqrt{1 + 4b^2}$



１．条件付き最適化の問題です。本文は，国家 II 種農業土木職でそのまま出題されています。ラグランジュの未定乗数法を使うのが定番です。

２．これは近年国家 I 種で出題のあった問題とほぼ同一です。知識・経験が大きくきいてくる問題です。