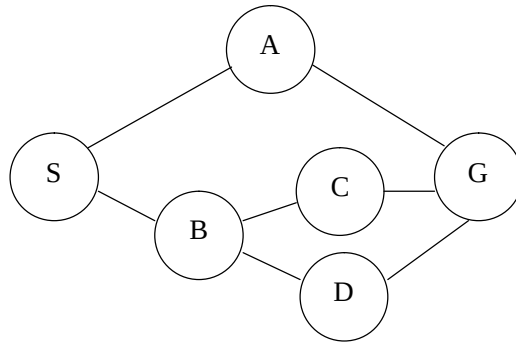


1. $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)と $y = 1/2$ とで囲まれた部分を C とする。

- (1) C の面積を求めよ。
- (2) C を x 軸を回転軸として回転させてできる立体の体積を求めよ。
- (3) C を y 軸を回転軸として回転させてできる立体の体積を求めよ。

2. 図で書かれるネットワークがあり, S, G は端末, A, B, C, D はいずれも中継器である。この中継器が壊れて通信が中継されない確率はいずれも $1/2$ であるが, S から G までは1つの経路でも通じていれば通信可能である。

- (1) S と G が通信可能となる確率を求めよ。
- (2) いま, S と G が通信ができない状態となった。このとき C が壊れている確率を求めよ。



1. (1) $y = \sin x$ と $y = 1/2$ の交点は, $x = \pi/6, 5\pi/6$ である。そこで, 求める面積は,

$$\int_{\pi/6}^{5\pi/6} (\sin x - \frac{1}{2}) dx = [-\cos x - \frac{x}{2}]_{\pi/6}^{5\pi/6} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

$$(2) \quad \pi \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (\sin^2 x - (\frac{1}{2})^2) dx = \pi \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (\frac{1 - \cos 2x}{2} - \frac{1}{4}) dx = \pi \left[\frac{x}{4} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_{\pi/6}^{5\pi/6} = \frac{\pi^2}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \pi$$

$$(3) \quad 2\pi \int_{\pi/6}^{5\pi/6} x(\sin x - \frac{1}{2}) dx = \pi \left[-2x \cos x - \frac{x^2}{2} \right]_{\pi/6}^{5\pi/6} + 2\pi \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \cos x dx = (\sqrt{3} + \frac{1}{3})\pi^2$$

2. (1) 次のように場合を分ける。

(i) A が通信可能な場合: $\frac{1}{2}$

(ii) A が通信不可能で, B が通信可能で, C も通信可能な場合: $\frac{1}{8}$

(iii) A が通信不可能で, B が通信可能で, C が通信不可能で, D が通信可能な場合: $\frac{1}{16}$

以上はすべて排反なので, 求める確率は, これをすべて加えて $\frac{11}{16}$

(2) 条件付き確率として求める。

壊れている確率は(1)の余事象として $\frac{5}{16}$

ここで, 通信不可能な場合で C が壊れていない場合は, A, B が壊れている場合なので, その確率は $\frac{1}{8}$ となる。したが

って、逆に通信不可能で C が壊れている確率は $\frac{3}{16}$ となる。

これより、求める確率は、通信不可能な場合の中で、C が壊れている確率なので、 $\frac{3/16}{5/16} = \frac{3}{5}$

-
1. 前回に引き続き、面積、体積の計算問題です。かなり面倒な計算ですので、しっかりと確かめながら計算していきます。(3)は部分積分が必要となります。
 2. (1)は重複がないように場合分けをします。これは教養、国家Ⅰ種、国家Ⅱ種、地方上級いずれでも出題がありました。(2)は条件付き確率になります。このことに気づくことが大切です。地方上級でこのタイプの問題がありました。