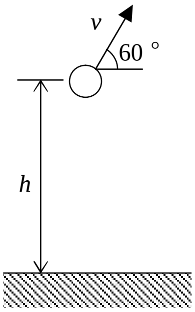
1　図のように高さ h の位置から小球を仰角 60°で初速 v で投げ上げる。その結果，小球の到達した最高高さは $2h$ となった。 重力加速度を g として，空気抵抗などは考えないものとせよ。

(1)　h を v，g で表せ。

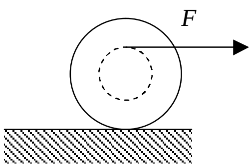
(2)　地面に到達したときの小球の速さは，v の何倍か。



2　質量 m の糸巻きがある。この糸巻きは軸を共通に持つ二重円筒となっていて，内側の円筒に糸が巻き付いている（内側の円筒の上底と下底に 2 つの円板をつけたものと考えよ）。 この糸巻きの糸を一定の水平な F で引っ張る場合を考える。ただし，糸巻きの外側の円板の半径を r， 中心まわりの慣性モーメントを $mr^2/2$ とし， 糸巻きはすべらずに水平な床の上を回転し，糸の太さ，質量などは無視するものとする。 以下のそれぞれの場合において，糸巻きの加速度を求めよ。

(1)　糸の巻き付いている内側の円筒の半径が小さく，無視できる場合。

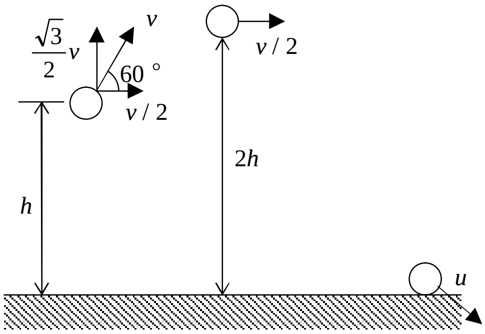
(2)　内側の円筒の半径が，外側の円板の半径が等しく r の場合。



---

1 (1)　最高高さでは，鉛直方向の速さが 0 となる。一方で，水平方向には加速度がないため，初速のまま等速である。状況を図示すると，下の図の左と真ん中のようになる（左が最初，真ん中が最高点での状態である）。ここで，力学的エネルギー保存則を使うと，

$$mgh+\frac{1}{2}mv^2=2mgh+\frac{1}{2}m\left(\frac{v}{2}\right)^2 \qquad \therefore \quad \underline{h=\frac{3v^2}{8g}}$$



(2)　地面に落ちるときの速さを u とおく。このときの状況は前ページの図の右のように表される。そこで，前ページの左と右について力学的エネルギー保存則をたてると，

$$mgh+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mu^2$$

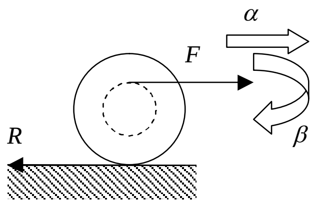
前問の結果を使うと，

$$mgh+\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{8}mv^2+\frac{1}{2}mv^2=\frac{7}{8}mv^2$$

となるので，

$$\underline{u=\frac{\sqrt{7}}{2}v}$$

2　ここでは，一般に引っ張るところの半径を a として解いておく。力は下の図のようになる。運動方程式を，加速度を α としてたてると，



$$m\alpha=F-R$$

回転の運動方程式は，角速度を β として，

$$\frac{1}{2}mr^2\beta=Fa+Rr$$

すべらずに回転するためには，

$$\alpha=r\beta$$

以上を解く。3 番目の式を 2 番目の式に代入して，さらに，1 番目の式に r をかけて辺ごと加えると，

$$\frac{3}{2}mr\alpha=F(a+r)\qquad\therefore\quad\alpha=\frac{2F(a+r)}{3mr}$$

(1)　$\underline{\alpha=\frac{2F}{3m}}$，(2)　$\underline{\alpha=\frac{4F}{3m}}$

（ちなみに $a=\frac{r}{2}$ のときには摩擦力が 0 となります。そういう問題を出してもよかったなあ）

---

1 は，物理が苦手な人への力学的エネルギーの練習問題を，という意図で出題しましたが，(1)がなく，いきなり(2)なら，これは国家 2 種では難しい部類に入りますし，国家 1 種でもそこそこ差がつきそうです。ここでたいせつなことは，力学的エネルギー保存則の問題で大切なことは，式を一生懸命立てることではなく，この解答にあるような，速さと高さの図を書いて，必要な物を遠慮せずに文字でおくことです。正解が出なくても構いませんので，まずは，この解答のような図が書けるかどうか，そこを練習しましょう。要するに，物体が動いているか，いないかをみているのです。

なお，本問の(2)で等加速度運動の公式が出てきた人は修行不足です。なぜ本問が一目見てエネルギー保存と断言できるのか，考え直してみてください。

2 は，剛体の運動方程式の練習問題です。ここでは一気に解きましたが，まあ練習用に 2 つに分けましたが（解答に書いたとおり(2)は別のことを聞けば良かったな，とちょっと思いましたが）。並進，回転，すべらないの 3 つの式をきちんと立てられるようにしましょう。ここでも，図を丁寧に書いて，力を見つけて，摩擦力，加速度，角加速度といった必要なものを文字でおくことがポイントとなっています。