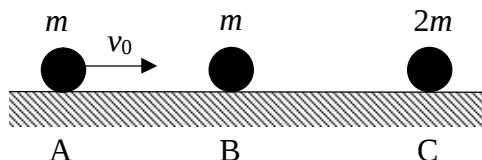


1 図のように3つの質点A,B,Cが滑らかな水平面上に置かれており,その質量は,AとBが m ,Cが $2m$ である。図の向きにAに初速 v_0 を与えた。その後,AとBが衝突し,その後BとCが衝突し,最後にAとBが再び衝突する。このとき,AとBの間のはね返り係数は e ,BとCは弾性衝突をする($e=1$)。

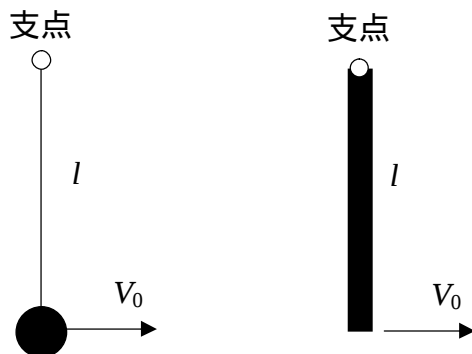
- (1) 1回目の衝突後のBの速さを求めよ。
- (2) 2回目の衝突後のBの速さを求めよ。
- (3) 3回目の衝突後,Aは静止した。 e の値を求めよ。



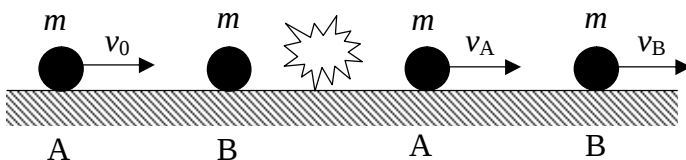
2.(1) 左下図のように,長さ l のひもの先端に質量 m のおもりをつけ,他端を固定してつるす。この状態で,おもりを水平方向に初速 V_0 を与える。また,このひもは張力がある値を超えると切れるものとする。糸がたるむことなくおもりが一回転するための V_0 の最小値を求め,さらにこの場合のひもが切れないための「ある値」を求めよ。

(2) 右下図のように,長さ l の様な質量 m の棒の一端をなめらかに回転できるように固定する。この棒の下端に水平方向に初速 V_0 を与える。またこの支点到棒の方向にある値以上の力が加わると,支点から棒が外れるものとする。棒が一回転するための V_0 の最小値をもとめ,さらに,棒が支点から外れないための「ある値」を求めよ。

いずれの場合も,鉛直面内で運動するものとし,重力加速度を g とする。また,棒の支点まわりの慣性モーメントを $ml^2/3$ とせよ



1(1) 衝突前後の状況を図示すると,次のようになる。



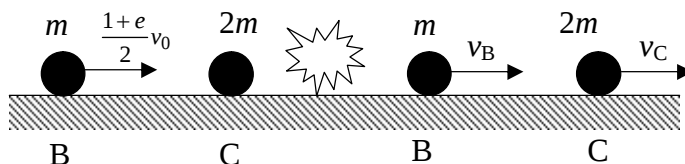
運動量保存則より, $mv_0 = mv_A + mv_B$

はね返り係数が e なので, $ev_0 = v_B - v_A$

以上の2式を解いて,

$$\underline{v_B = \frac{1+e}{2}v_0}, \quad v_A = \frac{1-e}{2}v_0$$

(2) 状況を図示すると次のようになる。



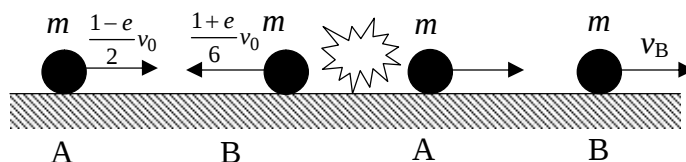
運動量保存則より, $m \frac{1+e}{2} v_0 = m v_B + 2m v_C$

完全弾性衝突なので, $\frac{1+e}{2} v_0 = v_C - v_B$

以上を解いて, $v_B = -\frac{1+e}{6} v_0$

速さならば, $|v_B| = \frac{1+e}{6} v_0$

(3) 状況を図示すると, 次のようになる。



運動量保存則より, $m \frac{1-e}{2} v_0 - m \frac{1+e}{6} v_0 = m v_B$

はね返り係数の式より, $e \left(\frac{1-e}{2} v_0 + \frac{1+e}{6} v_0 \right) = v_B$

以上を解くと, 次の方程式が得られる。

$$e^2 - 4e + 1 = 0$$

$$\underline{e = 2 - \sqrt{3}} \quad (e < 1)$$

2 (1) 1回転するための V_0 の最小値を求める。最高点での速さを u とすると, エネルギー保存より,

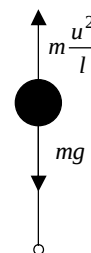
$$\frac{1}{2} m V_0^2 = 2mgl + \frac{1}{2} m u^2$$

最小の速さで回るときには, 頂点で張力がちょうど0となるので, 鉛直方向の力のつり合いより,

$$m \frac{u^2}{l} = mg$$

以上を解いて, $\underline{V_0 = \sqrt{5gl}}$

このとき, 張力が最大となるのは最下点であり, 重力と遠心力が両方加わるため, 求める力 F は



$$F = m \frac{(\sqrt{5gl})^2}{l} + mg = 6mg$$

(2) 端の速度が V_0 のとき、棒の角速度は $\omega = \frac{V_0}{l}$ となる。棒の場合には、1 周するためには最高点で速度があればよいの

で、エネルギー保存則より、(位置エネルギーを重心位置で考えることに注意して)

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} ml^2 \right) \omega^2 = mgl \quad \underline{V_0 = \sqrt{6gl}}$$

最も大きな力が支点に加わるのは最下点である。このとき、遠心力と重力が加わるので(重心の速さが $\frac{V_0}{2} = \frac{\sqrt{6gl}}{2}$ で

あり、重心が中点であることに注意して),

$$F = m \frac{(\sqrt{6gl}/2)^2}{l/2} + mg = 4mg$$

1 は運動量保存則の練習です。最後の答えが大変ですが、物理的には同じことを 3 回やればよいだけです。これで運動量保存則をマスターしてね、というわかりやすい出題意図の問題かと思います。上の解答でも図を書くところから、全く同じことをくり返していることに注意してください。見た目が違っても「どれも同じだ」と思えるようになると、物理は急に解けるようになります。

2 (1) は非等速円運動の基本問題です。試験では差の付くレベルですので、よく押さえてください。一方(2)は、それを剛体に直しただけなのですが、だいぶ難しくなります。特に力を正しく求められたら大したものです。機械力学で出題しても難しい問題です。なお、最高点で速さが 0 でよいのは、剛体の棒は決してひものようにたるんだりしないからです。それにしても、解答を見るとあっさりしていますが、回転中心だとか重心だとかをしっかりと理解していなければならず、どこかで間違えそうですね(ヒントで支点まわりの慣性モーメントを与えたのは大きなところで、これが重心周りだったら、もっと難問だったはずです。考えてみるとよいでしょう)。