

1. 1mol の理想気体がピストンの中にあり、外部に気体が逃げたり、外部から気体が逃げないようになっている。

最初、この気体の圧力は p_0 、体積は V_0 である。ここで、以下の 3 つの過程のいずれかによって、気体の圧力を p_0 にした状態で、体積を $2V_0$ にしたい。

過程 1) 定圧変化をさせる。

過程 2) 定積変化によって圧力を 2 倍にした後、等温変化で体積を 2 倍にする。

過程 3) 定積変化によって圧力を 2 倍にした後、断熱変化を行って圧力を元に戻し、その後定圧変化で体積を $2V_0$ にする。

(1) それぞれの変化において、気体が外部に行った仕事をそれぞれ、 W_1 、 W_2 、 W_3 とする。これらの大小関係を求めよ。

また、 W_2 は W_1 の何倍か (国 1 を志望する場合、 W_3 についても計算せよ。ただし、比熱比を $k=c_p/c_v$ とする)。

(2) それぞれの変化において、気体が外部からもらった熱量をそれぞれ、 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 とする。これらの大小関係を求めよ。

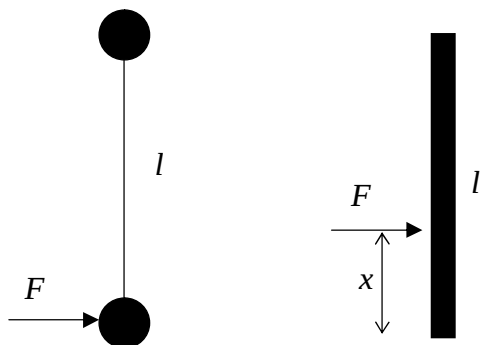
2. (1) 質量 m 、長さ l の剛体の棒をなめらかな水平面上において静止する。ここで、棒の端に、棒に直角方向に力積を与えたところ、棒が回転しながら運動をはじめた。このとき、棒が 1 回転する間に移動する距離を求めよ。

(2) 質量 m の質点 2 つを剛体の軽い棒の 2 つの端にとりつけた物体がある。この片方の質点に、棒に直角に力積を与えたところ、回転しながら運動を始めた。

また、(1) の棒の片方の端点から x の位置 ($0 < x < l/2$) に、(1) と同様に棒に直角方向に力積を与えたところ、棒が回転しながら運動を始めた。

このとき、この 2 つが 1 回転する間に移動した距離が等しいものとする、 x はいくらになるか。

両方の設問において、棒の重心回りの慣性モーメントは、 $ml^2/12$ とせよ。



1 (1) PV 線図を描くと、右のようになる。

仕事が、 PV 線の下側の面積の大きさで表されることを考えると、

$$W_1 < W_3 < W_2$$

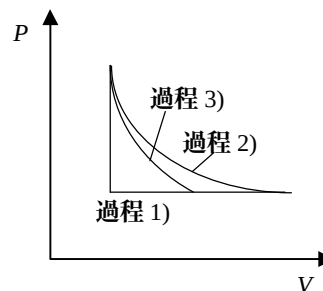
となる。また、具体的に仕事を計算すると、面積で計算されるため、

$$W_1 = p_0 V_0$$

$$W_2 = \int P dV = R \cdot 2T_0 \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = 2 \log 2 p_0 V_0$$

$$\text{したがって、} \frac{W_2}{W_1} = 2 \log 2$$

また、断熱過程が終了したときの体積を V とすると、



$$2P_0V_0^k = P_0V^k \quad \therefore V = 2^{\frac{1}{k}}V_0$$

一般に、断熱変化における仕事は $W = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{k-1}$ で計算されるので、

$$W_3 = \frac{2^{\frac{1}{k}} - 1}{k-1} P_0V_0 + (2 - 2^{\frac{1}{k}}) P_0V_0 \quad \therefore \frac{W_3}{W_1} = \frac{2^{\frac{1}{k}} - 1}{k-1} + 2 - 2^{\frac{1}{k}}$$

(2) どの過程でも、結局同じ状態から同じ状態にたどり着くので、内部エネルギー変化 ΔU は等しい。ここで、熱力学第 1 法則より、

$$\Delta U = Q - W$$

であるので、 Q の大小と W の大小は一致する。したがって、 $Q_1 < Q_3 < Q_2$

2. (1) (2) の都合上、端から x の位置における場所に力積を与えた場合を計算しておく((2)の図)。衝撃後の速さを v 、各速度を ω とする。また、力積を F とする。

運動量保存則より $mv = F$

$$\text{重心回りの角運動量保存則より,} \quad \frac{ml^2}{12} \omega = F \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad \therefore \omega = \frac{6F(l-2x)}{ml^2}$$

$$\text{したがって, 1 回転するのに必要な時間は, } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi ml^2}{3F(l-2x)}$$

$$\text{その間に進む距離 } L \text{ は, } L = vT = \frac{\pi l^2}{3(l-2x)}$$

$$x = 0 \text{ のときには, } L = \frac{\pi}{3} l$$

(2) 質点を 2 つつけた場合について考える。運動量保存則より、 $2mv = F$

重心回りの慣性モーメントは、 $I = 2 \times m \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{ml^2}{2}$ と計算されるので、角運動量保存則は、

$$\frac{ml^2}{2} \omega = F \frac{l}{2} \quad \therefore \omega = \frac{F}{ml}$$

したがって、1 回転にかかる時間は、 $t = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi ml}{F}$ となる。したがって、1 回転の間に進む距離は、

$$L = vt = \pi l = \frac{\pi l^2}{3(l-2x)} \quad \therefore x = \frac{1}{3} l$$

1. 仕事計算に関する問題です。計算なしで大小関係が出てくることに注意しましょう。また、図は書けるようにしておいてください。さらに、等温変化の仕事は過去に国家 I 種、II 種で出題があります。断熱変化も国家 I 種では出題があります。詳しい計算を省きましたが、導けるようにしておいてください。

2. 角運動量保存則の練習です。とはいえ、運動量保存則も同時にたてられるのですね。角運動量保存則は、今回のように、力積タイプのものがほとんどです。一度練習しておいてください。