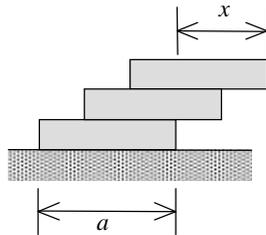
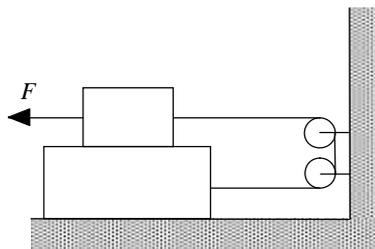


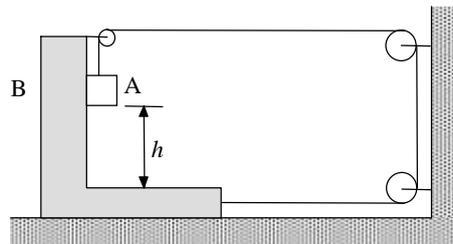
1. 1辺の長さが a の正方形の板が3枚ある。この3枚の板を水平な床の上に重ね、板が倒れないように少しずつずらす。このとき、図の x の最大値はいくらか。なお、板は奥行き方向にはずらしていない。



2. 図のように、2枚の同じ形の粗い板を重ねて粗い水平面上に置き、滑車を通して糸でつないだ。上の板の質量は m 、下の板の質量は $2m$ である。このとき、上の板を水平に引っ張って動かすために必要な最低限の力 F を求めよ。ただし、板と板の間の静止摩擦係数を μ 、板と床との間の静止摩擦係数を 2μ 、重力加速度を g とする。また、糸は水平、または鉛直を保っているものとする。

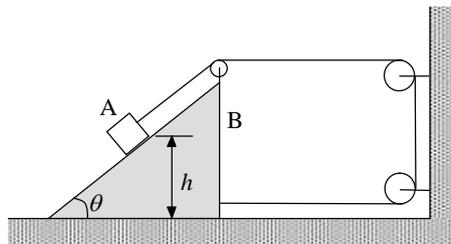


3. (1) 図の状態から静かに A を離したとき、おもり A が、糸と滑車を通して連結されている台 B の台の上に衝突する直前の速さを求めよ。A の質量を m 、B の質量を $2m$ 、重力加速度を g とし、一切の摩擦はないものとする。



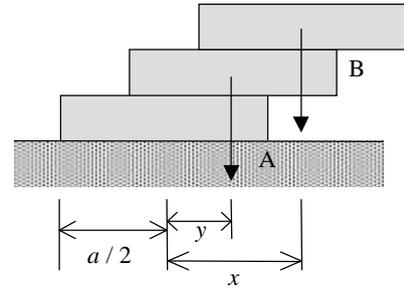
- (2) 図の状態から静かに A を離したとき、おもり A が、糸と滑車を通して連結されている斜面 B の一番下に到着する直前の速さを求めよ。A の質量を m 、B の質量を $2m$ 、重力加速度を g とし、一切の摩擦はないものとする。また、この設問では、A は B と接触を保っているものとする。

- (3) (2)において、A が B から離れないための θ の条件を求めよ。



1. 中間の板をずらす量を y とする。

まず、上の板だけをずらす場合を考える。この場合、重心が右図の B を超えなければ転倒しない。つまり、転倒しない条件は、ずらす量が $a/2$ 以下であること。以下、上の板は中間の板に対してこのぎりぎりの $a/2$ だけずらしたものとする。



このとき、右図で、 $x = y + a/2$ となる。

次に、この状態から中間の板を（上の板と共に）ずらす。

中間の板と上の板が同時に A を中心に転倒しなければよい。そのためには、上の板の重力のモーメントより、中間の板の重力のモーメントが大きければよい。

したがって、

$$mg \times \left(\frac{a}{2} - y \right) = mg \times (a - x) > mg \times x \quad x < a/2$$

最大値は $a/2$ である。

2. それぞれ力を図示すると、次のようになる。

（左が上側）

上側についての力の釣り合いより、

$$mg = N_1$$

$$F = T + \mu N_1$$

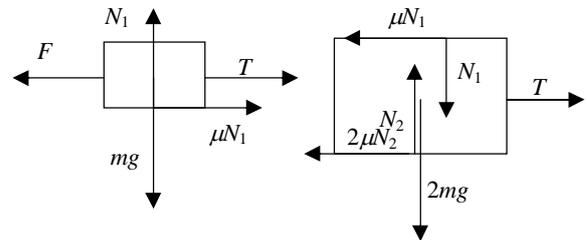
下側についての力の釣り合いより、

$$2mg + N_1 = N_2$$

$$T = \mu N_1 + 2\mu N_2$$

以上を解いて、

$$F = 8\mu mg$$

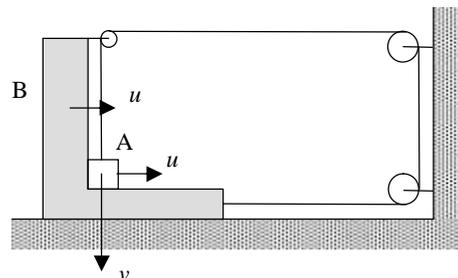
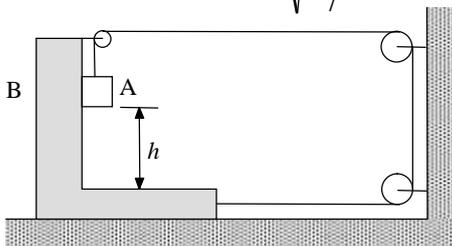


3(1) おもりの A の鉛直方向の速さを v 、水平方向の速さを u とする。接触を保っているので、台も水平方向に u で動いている。ここで、台が右に 1 だけ動くと、糸の水平部分の長さは上下で 2 だけ短くなるので、おもりの高さは 2 だけ低くなる。つまり、 $v = 2u$

力学的エネルギー保存則より、

$$mgh = \frac{1}{2}m(u^2 + (2u)^2) + \frac{1}{2}2mu^2 \quad u = \sqrt{\frac{2gh}{7}}$$

求める速さは、 $\sqrt{v^2 + u^2} = \sqrt{5}u = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$



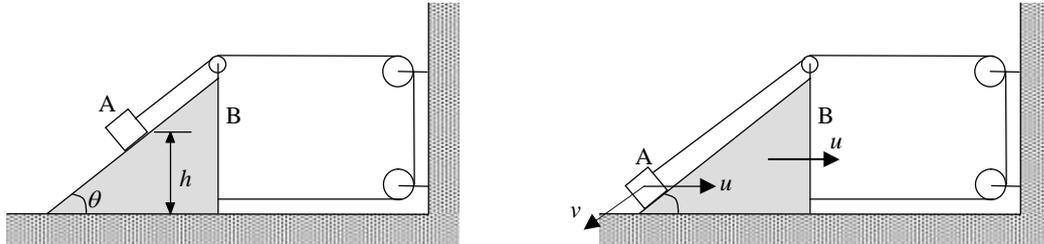
(2) A の B の斜面上を動く速さを v , 台 B の速さを u とする。このとき , A と B は接触を保っているため , 床から見ると , A の速さは v と u を合成したものになる。つまり , 水平方向に $v \cos \theta - u$, 鉛直方向に $v \sin \theta$ となる。

また , (1)と同様にして , $v = 2u$ となる。したがって , エネルギー保存則より ,

$$mgh = \frac{m}{2} \{ (2u \cos \theta - u)^2 + (2u \sin \theta)^2 \} + \frac{2m}{2} u^2 = \frac{m}{2} (7 - 4 \cos \theta) u^2 \quad u = \sqrt{\frac{2gh}{7 - 4 \cos \theta}}$$

このとき , 求める速さは ,

$$\sqrt{(2u \cos \theta - u)^2 + (2u \sin \theta)^2} = \sqrt{\frac{2(5 - 4 \cos \theta)gh}{7 - 4 \cos \theta}}$$



(3) 接触を保つためには , 斜面と A との間の抗力が正を保てばよい。この垂直抗力は仕事をを行わないため , エネルギー保存則ではなく , 運動方程式をたてる。B の加速度を a とおくと , A については B からみた斜面を下りる加速度は $2a$ となる。力は下図となる (B については重力と床との間の垂直抗力を省略している)

A について斜面方向は ,

$$2ma = ma \cos \theta + mg \sin \theta - T$$

斜面に垂直な方向は釣り合うので ,

$$N + ma \sin \theta = mg \cos \theta$$

B について ,

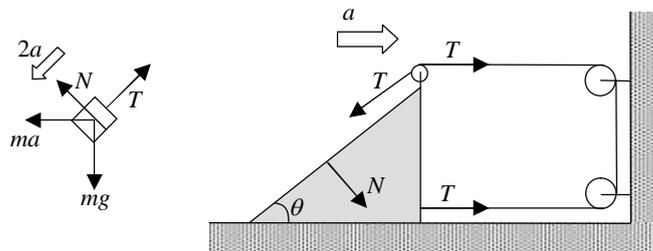
$$2ma = 2T + N \sin \theta - T \cos \theta$$

以上を解けばよい。すると , 次のようになる (頑張りましょう)

$$N = mg \frac{-2 \cos^2 \theta + 7 \cos \theta - 2}{7 - 4 \cos \theta} > 0$$

分母が正なので , 分子も正ならよい。このための $\cos \theta$ の範囲は ,

$$\frac{7 - \sqrt{33}}{4} < \cos \theta$$



今回は , 前回よりは手強いかと思います。1 は , モーメントの釣り合いの問題ですが , 問題の聞き方が意地悪で , 何をして良いのか見失った人が少なくなかったかもしれません。まず , 上の板だけが転倒する条件を考えれば , 手がかりとなります。ちなみに , 重心の公式を知っている人は , 重心が転倒中心を超えたときに , 実際に転倒します。こちらの方が考えやすかったかもしれません。

2 は , 今回の中では最も重要な問題です。力の数が非常に多いのですが , 丁寧に見つけていけば間違えることはなかったはず。しかし , どこかで何かを見落として , 正解を出すのは簡単ではなかったかもしれません。摩擦力の入った力の釣り合いの問題は , この問題ができれば一定の実力あり , と判断してよいです。

3 はいずれも難しいです。(1)は A の水平方向の速さを見落とす危険が大きいですね。A と B の速さの関係をつか

むことも簡単ではありません。ところで、なぜこの問題で力学的エネルギー保存則を使ったのか。そこも考えてみてください。このことは、問題の難易度に関係なく重要です。(2)は、(1)と同じなのですが、2つの速さの関係をつかむところがさらに難しくなっています。 $\theta = 30^\circ$ とするかどうか悩んだのですが、(3)があったので、出題の通りとしました。していたら、「実は接触しないので没問」となったので、よかった、よかった。(3)は運動方程式ですが、計算量が半端ないですね・・・途中までは本当に解けるのか不安になりますが、最後は解けます。あまりきれいな答えではありませんが。