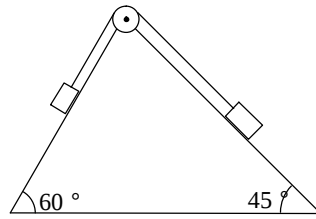
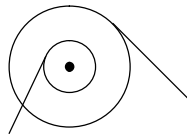


1. 図のように左側が角度 60° , 右側が角度 45° の斜面になっている台があり , 水平面上にある。この台の頂点には , 滑車を置くことができる。この斜面に , ひもでつながれた物体を糸と滑車を通してつなぐことを考える。



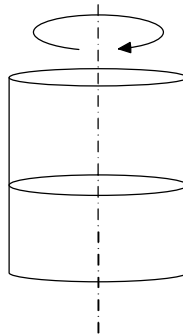
- (1) 左側の質量を m , 右側の質量を M とし , 摩擦は一切なく , 通常の定滑車を使うものとする。2 つの物体の力が釣り合っているとき , M は m の何倍か。
- (2) 今度は左側に質量が m で斜面との摩擦が無視できない物体をおく。一方 , 右側には摩擦が無視できる物体を置き , 質量を少しずつ増減させられるようにする。最初に , 質量を M から少しずつ減らしたところ , (1) の $0.5M$ のときに , 物体が動き出した。 M から少しずつ増やしていくと , 動き出すときの右側の質量はいくらになるか。
- (3) 再び摩擦が無視できるものとする。こんどは半径の異なる輪軸を置くものとする。左右両方の質量を等しくするとき , このとき , 右側の糸をつなぐ輪軸の輪の半径は , 左側の何倍になるか (輪軸の形状は下の図を参考にせよ) 。



2. (問題不適切により削除です・・・申し訳ありません。)

3. 半径 r , 深さ H の円筒形の容器に深さ h の部分まで水が蓄えられている (h は $0.5H$ より小さいものとする) 。この状態で , 容器の中心軸を回転軸として角速度 ω で回転させると , 水面の形が変化する。重力加速度は g とせよ。

- (1) 中心部分の底が見えていない場合 , 中心部分と外周部分の水面の差を求めよ。また , この条件を満たすための ω の範囲を求めよ。
- (2) (1) のとき , この容器の中に水と共に砂粒を入れておくと , 砂粒は現実には中心付近に集まってしまう。この理由を説明せよ。



1 (1) 糸を引く重力の各成分は右図のようになる。

したがって、力が釣り合っているとき、

$$\frac{Mg}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} mg \quad M = \frac{\sqrt{6}}{2} m$$

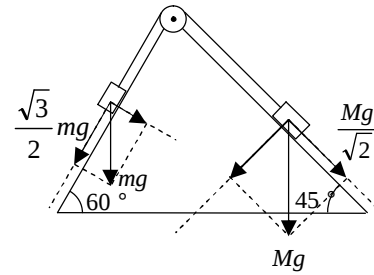
(2) 力が(1)よりも減っている分は摩擦力が受け持つことになる。

つまり、最大静止摩擦力は、右側の $0.5M$ の質量の分に等しい。

したがって、質量を増やしていく場合は、 $1.5M$ で動き出す。

(3) (1)を参考に、左側の糸を引く輪軸の直径を 1 、右側について r とおくと、

$$\frac{\sqrt{3}}{2} mg \times 1 = \frac{mg}{\sqrt{2}} \times r \quad r = \frac{\sqrt{6}}{2}$$



3 . (1) 中心軸から x の位置での高さを z とし、 $x + dx$ での高さを $h + dh$ とする。内側からの静水圧は三角形分布なので、 $\frac{1}{2} \rho g z^2$ で、外側からの静水圧は $\frac{1}{2} \rho g (z + dz)^2 \cong \frac{1}{2} \rho g z^2 + \rho g z dz$ である。一方、遠心力は $r(z + dx) \omega^2$ であるので、力の釣り合いから、

$$\frac{1}{2} \rho g z^2 + \rho z \omega^2 x dx = \frac{1}{2} \rho g z^2 + \rho g z dz \quad dz = \frac{\omega^2 x}{g} dx$$

これを中心から外周まで積分して、中心と外周部の水面の高さの差 Z は、 $Z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$

底が見えるときの体積について、

$$\pi^2 h = 2\pi \int_0^r \frac{\omega^2 x^3}{2g} dx = \frac{\pi \omega^2 r^4}{4g} = \frac{\pi^2 Z}{2} \quad Z = 2h$$

(2) 実際には砂粒には抵抗が働くため、遠心力は上の計算より小さくなる。したがって、砂粒は中心に集まる。