

1. 関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax$ (a は定数) について, $f(x)$ が極値を持つような a の値の範囲を求めなさい。(H.21 労基)

2. 放物線 $y = x^2 + 4$ と直線 $y = 4x + 1$ によって囲まれる部分の面積を求めよ。(H.21 労基)

1 極値を持つためには, 方程式 $f'(x) = 3x^2 - 4x + a = 0$ が2つの異なる実数解を持てばよい(重解を持つ場合には, 導関数の符号が変化しないため不適)。この判別式を D とおくと,

$$D = 16 - 12a > 0 \quad \therefore \quad a < \frac{4}{3}$$

2 まず, 交点の x 座標を求めると,

$$x^2 + 4 = 4x + 1 \quad \therefore \quad x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1) = 0$$

したがって, $x = 1, 3$

これより, 求める面積は,

$$\int_1^3 \{(4x + 1) - (x^2 + 4)\} dx = \int_1^3 (3 - x)(x - 1) dx = \frac{1}{6}(3 - 1)^3 = \frac{4}{3}$$

いずれも間違いたくない問題に入ります。1 は公務員試験では珍しいタイプの問題です。微分して 0 になれば極値が求まるのですが, 正確には, 微分値が $-$ (減少) $\rightarrow +$ (増加) または $+$ (増加) $\rightarrow -$ (減少) と符号が変化しなければいけません。そのため重解の場合は外されています。

2 は有名な積分公式を使っておきました。多少計算が早くなりますので, 覚えておくと便利です。

しばらく, 今年の労基の問題を追っていかうかと思います。