

1. A と B の 2 人で、じゃんけんを 6 回行った。A の結果が、勝ち、負け、引き分けそれぞれ 2 回ずつとなる確率はいくらか。

2. 整数 k を用いた連立方程式、

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12k \\ -kx + 2y = 6 \end{cases}$$

の解 x, y が共に正の整数であるとき、 k の取り得る値をすべて求めよ。

1

A が勝つ確率、負ける確率、あいこの確率は全て等しく $\frac{1}{3}$ である (A がアットランダムに後出しでじゃんけんしたと考えるとよい)。勝ち→勝ち→負け→負け→引き分け→引き分けとなる確率は、順番に積の法則を使って、 $\left(\frac{1}{3}\right)^6$ となる。また、勝ち、負け、引き分けの順番の場合の数は、6 回の内、どこで勝ったか 2 カ所を選んで、さらに残りの 4 カ所から 2 カ所どこで負けるのかを選んだと考えると、 ${}_6C_2 \times {}_4C_2 = 90$ 通り考えられる。したがって、求める確率は、 $90 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{10}{81}$ である。

2

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12k \cdots \cdots \textcircled{1} \\ -kx + 2y = 6 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

とする。① $\times 2$ −② $\times 3$ を計算して、

$$(3k + 4)x = 24k - 18$$

これより、

$$x = \frac{24k - 18}{3k + 4} = 8 - \frac{50}{3k + 4}$$

これが正の整数となるためには、 $3k + 4 = 10, 25, 50$ であり、 k が整数なので、 $k = 2, 7$

$k = 2$ のとき、 $x = 3, y = 6$ であり、 $k = 7$ のとき、 $x = 6, y = 24$ である。

よって、 $k = 2, 7$ のときに条件を満たす。

1 は易しい確率の問題です。国家 I 種の出題だったのですが。このじゃんけんやくじ引きの場合、確率は順番には関係ありません (どこで勝っても確率は同じ)。このような場合、上のようにとりあえず順番を決めて計算して、そこに、出方の場合の数をかけるという方法が有効です。

2 は不定方程式です。式の形によって解き方はたくさんあります。ただ、今回の場合には解いてしまうのが早いでしょう。上の解き方は、不定方程式の典型的な解法です。実際の公務員試験の問題では、選択肢があるでしょうから、それを代入してしまうのも有力ですね。