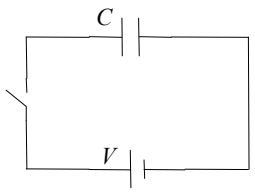
工学の基礎　2011 年第 5 回

１．xy 平面上に動点 P がある。P は $t = 0$ に原点を出て，以降，原点との距離 r は時間の関数として $r(t) = at$，x 軸正方向となす角度θは，時間の関数として，$\theta(t) = bt$ と書かれる。$t = 1$ における，P の加速度の大きさはいくらか。ただし，角度は，反時計回りを正とする。

２．電気容量 C の平行平板コンデンサが，起電力 V の電池をスイッチを経由して接続されている。スイッチを閉じてコンデンサを充電した。このとき，コンデンサが蓄えたエネルギーを U とする。この後，次の(1)または(2)の操作を行う。それぞれの場合に，コンデンサに蓄えられるエネルギーは U の何倍になるか。

(1)　スイッチを開いて，コンデンサの極板間隔を 1.5 倍にする。

(2)　スイッチを閉じたまま，コンデンサの極板間隔を 1.5 倍にする。



１．極座標表示に関する問題で，速度の計算は国家 1 種で出題があります。座標変換する方法もありますが，ここでは，地道に計算していきましょう。

P(x, y)とおくと，$x = at\cos(bt)$，$y = at\sin(bt)$である。まず x について t で微分すると，

$$v_x = a\cos(bt) - abt\sin(bt)$$

もう 1 回微分すると，

$$a_x = -ab\sin(bt) - ab\sin(bt) - ab^2 t\cos(bt) = -2ab\sin(bt) - ab^2 t\cos(bt)$$

y についても同様で，

$$v_y = a\sin(bt) + abt\cos(bt)$$

$$a_y = ab\cos(bt) + ab\cos(bt) - ab^2 t\sin(bt) = 2ab\cos(bt) - ab^2 t\sin(bt)$$

これより，

$$\sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4a^2b^2 + a^2b^4t^2} = ab\sqrt{4 + b^2t^2}$$

２．コンデンサの基本的な問題です。国家 1 種，2 種共に出題がありますので，確実に解けるように練習しておきましょう。

(1)　スイッチを開いたので，電荷 Q は変わらない。

一方，間隔が 1.5 倍になったので，電気容量は 1/1.5 = 2/3 倍になる。

したがって，$U = \dfrac{Q^2}{2C}$ より，静電エネルギーは 1.5 倍になる。

(2)　スイッチを閉じたままなので，電圧 V は変わらない。

したがって，$U = \dfrac{1}{2}CV^2$ より，静電エネルギーは 2/3 = 0.67 倍になる。