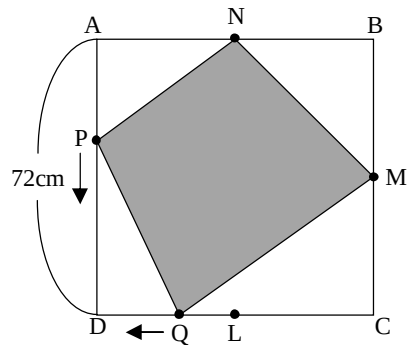


[No 14] 下図のように、一辺の長さが 72cm の正方形 ABCD において、辺 BC、辺 CD、辺 DA の中点をそれぞれ L、M、N とする。辺 AB 上を秒速 2cm で頂点 A から頂点 B まで移動する点 P と、辺 BC 上を秒速 1cm で中点 L から頂点 B まで移動する点 Q とが、同時に頂点 A 及び中点 L から移動を始めるとき、四角形 PQMN の面積が最大となるのは、点 P 及び点 Q が移動を始めてから何秒後か。



- 1 6 秒後 2 9 秒後 3 18 秒後 4 20 秒後 5 24 秒後

【No. 14】 正 解 2

(解1) x 秒後の状況を考える。結局周囲の三角形の面積の和が最小になればよい。ただし右上は変わらないので、これを除いてもよい。そこで残りの3つの三角形の面積の和を S とすると、

$$S = \frac{1}{2} \times 2x \times 36 + \frac{1}{2} \times (36 - x) \times (72 - 2x) + \frac{1}{2} \times (36 + x) \times 36 = x^2 - 18x + 1944$$

これを微分して、

$$S' = 2x - 18 = 0 \quad \therefore x = 9$$

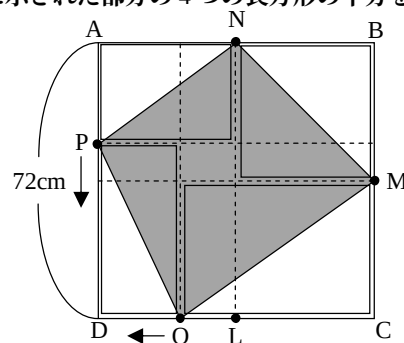
(解2) 右図のように点線を補助線とすると、求める四角形の面積は、図に示された部分の4つの長方形の半分を正

方形から引いたものとなる。
つまり、外側の4つの三角形の面積の和が最小になるためには、

中央の点線が作る長方形の面積が最大となればよい。

この面積は $(36 - x)x$ なので、 $x = 9$ で最大となる。

(18 秒以降は少し図が変わるが、明らかに最大にはならない)



計算の面倒な2次関数の問題です。解2ならば計算は簡単ですが、話は難しくなります。しかし・・・実は長方形の中に四角形をつくる場合の面積の問題では、点線の補助線はスタンダードなものです。地方上級でそのまま出題されたこともありますので、知っておくとよいでしょう（たとえば $x = 4$ のときの面積を求めよ、のように具体的な数字の時には非常に簡単です）。ちなみにこの問題自体、7年前の東京都で出題があります。まあ、試験が増えましたから、作る方も大変ですよ（そのときはABの長さが不明の長方形だったので、今回より難しいです）