

[№ 15] 1桁の正の整数 a, b 及び c について、 $a + \frac{1}{b + \frac{2}{c}} = 2.16$ であるとき、 $a + b + c$ の値として、正しいのはど

れか。

- 1 13 2 14 3 15 4 16 5 17

【No. 15】 正 解 4

$a + \frac{1}{b + \frac{2}{c}} = 2.16$ で、 a が整数なので $a = 2$ とする。そうすると、右辺は分数に直して、

$$\frac{1}{b + \frac{2}{c}} = \frac{4}{25}$$

逆数を計算して、

$$b + \frac{2}{c} = \frac{25}{4} = 6 + \frac{1}{4}$$

したがって、 $b = 6$ 、 $c = 8$ であり、和は 16 となる。

連分数として知られている問題です。普通は最後の c の分子も 1 にして

$$2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{4}} = 2.16 = \frac{54}{25}$$

とします。

ところで、上の解答でいきなり $a = 2$ と決めつけています。連分数が 1 通りしか表し方がない、ということを知っていれば決めつけても構わないことがわかりますが、そうでなくとも、 a の右の分数は分子が 1 で分母が 1 より大きい分数ですから、必ず 1 より小さくなります。ですので、 $a = 2$ しかないのです。

さて、連分数は有理数ならただ 1 通りになりどこかで終わり、無理数では永遠に続いていきます。この問題では、 $54/25$ を連分数展開して、数として 2, 6, 4 が出てきていますが・・・

$$54 \div 25 = 2 \cdots 4$$

$$25 \div 4 = 6 \cdots 1$$

$$4 \div 1 = 4 \cdots 0 \text{ (終わり)}$$

この計算の商に問題の 2, 6, 4 が出てきます。これが連分数の意味です（ユークリッドの互除法の計算です）