

【No. 11】 正 解 5

P_1 について

すべてのくじは区別できるとする。11本から2本を取り出す全部の場合は、2回とも同じものをとれるので、 $11 \times 11 = 121$ 通りである。当たりを1回だけ引く場合は、最初に引いた場合と後に引いた場合で分けて（実はこれは必ず同じ場合になる）、 $4 \times 7 + 7 \times 4 = 56$ 通り。したがって、求める確率は $\frac{56}{121}$

P_2 について

11本から2本を取り出す全部の場合は ${}_{11}C_2 = 55$ 通りである。11本中当たりを1本、外れを1本選ぶ場合の数は $7 \times 4 = 28$ 通りであるので、求める確率は $\frac{28}{55}$

（以上はくじ引きの確率に順序が関係ないことを利用した解答だが、通常は次のように考えた方が無難だろう）

2回引く場合、最初は11本、次は10本のくじがあるので、全部の場合は $11 \times 10 = 110$ 通り。

最初に当たりが出る場合は、 $4 \times 7 = 28$ 通り、2回目に当たりが出る場合は $7 \times 4 = 28$ 通りで全部で56通りあるので、求める確率は $\frac{28}{55}$

☆積の公式で答えを出す場合、くじを引く順序を考慮することに注意すればよい（要領のいい人は、当たる確率は何の順序であろうとすべて同じであることを使うと計算が速い）。

P_1 では、最初に当たる場合と、最後に当たる場合を分けて考えて、

$$\frac{4}{11} \times \frac{7}{11} + \frac{4}{11} \times \frac{7}{11} = \frac{4}{11} \times \frac{7}{11} \times 2$$

P_2 でも

$$\frac{4}{11} \times \frac{7}{10} + \frac{7}{11} \times \frac{4}{10} = \frac{7}{11} \times \frac{4}{10} \times 2$$

くじ引きの確率の典型問題で、くじ引きの場合、引く順序をきちんと考えているかどうかが問われています。上で「引く順序が確率に 관계ない」ということを何度か繰り返していますが、これは、たとえば、4回引いて当たり2回、外れ2回となる確率が聞かれた場合、当たりを○、はずれを×で表した場合、○○××という確率も、○×○×という確率も全く同じということです。実際、まじめに積の法則で計算すると、

$$\frac{4}{11} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{4}{11} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8}$$

と、かけ算の分子の順番が違っただけで、結果は同じです。そこで、最も計算しやすい○○××を計算して、あとは○×の並べ方である ${}_4C_2 = 6$ 通りをかけ算すれば答えが出てきます。

$$6 \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{21}{55}$$

これを公式にしたのが独立試行の確率です。

この問題は、理系であれば確実にとりたい問題です。