

[解答]

運動方程式を書く。左側を x_1 , 右側を x_2 と座標で置くと ,

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -kx_1 - a(x_1 - x_2) \\ m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -a(x_2 - x_1) - kx_2 \end{cases}$$

ここで , 単振動の公式 $\ddot{x} = -\omega^2 x$ を代入して整理すると , 次の形になる。

$$\begin{pmatrix} k+a & -a \\ -a & k+a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = m\omega^2 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

したがって ω^2 は左辺の行列の固有値となる。そこで固有方程式をたてると ,

$$m^2 \omega^4 - 2(k+a)m\omega^2 + k(k+2a) = 0 \quad (m\omega^2 - k)(m\omega^2 - k - 2a) = 0$$

これより , $\omega > 0$ のものだけとって ,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \sqrt{\frac{k+2a}{m}} \quad \text{肢 2}$$

[ポイント]

連成振動の典型的な問題です。とはいえ , あらかじめ用意していないと簡単に解くことはできないでしょう。理工 I では , 工学の基礎ではヒント付きで何度か出題されています。また , 機械力学ではノーヒントで出題されたことがあります。