

[解答]

円板の中心から距離 $r \sim r + dr$ の部分の円環の面積は $2\pi r dr$ なので、この部分に電荷 $\sigma \cdot 2\pi r dr$ がある。そこでこの電荷が作る電位 dV は、

$$dV = \frac{\sigma \cdot 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + r^2}}$$

これを重ね合わせて、求める電位は、

$$V = \int_0^R \frac{\sigma \cdot 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r}{\sqrt{x^2 + r^2}} dr = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\sqrt{x^2 + r^2} \right]_0^R = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + R^2} - x) \quad \text{肢 1}$$

[ポイント]

電位を求める有名問題です。解答のように対称性を利用して積分して求めるのがスタンダードな解き方です。工学系では、理工 I の選択の専門電磁気学で出題されるレベルと考えて良いでしょう。最後の積分は、置換積分をする場合には、 $r = x \tan \theta$ とおきます。範囲の扱いが少し難しくなりますが、余裕のある人は有名な積分ですので練習してみるとよいでしょう。

なお、電場の軸方向成分 E_x は次のように求められます（軸方向以外の成分は 0 です）。

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} - 1 \right)$$

となります。なお、上の解答と同様に円環の作る電場の軸方向成分を考え、それを重ね合わせることでも求められます。ただし、この場合には、電場がベクトル量であることに注意してください。