

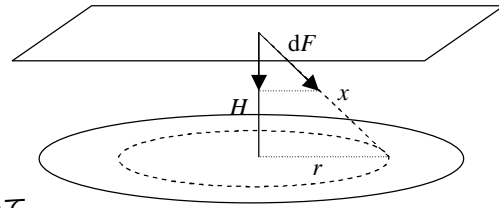
[解答]

重力加速度の差を考えるならば、密度の差を取ればよい。

そこで、まずは図のように中心から r の位置の微小な幅 dr の円環部分の作る重力加速度の差を考える。

単位質量に加わる万有引力を考えると、

この円環部分の総質量（の差）は $2\pi Dr(\rho_1 - \rho_0) dr$ であり、
 いずれもつくる万有引力の鉛直成分は変わらないので、まとめて
 計算すると、万有引力の鉛直成分 dF_v は、



$$dF_v = dF \frac{H}{x} = G \frac{2\pi r(\rho_1 - \rho_0)dr}{x^2} \times \frac{H}{x} = 2\pi GD(\rho_1 - \rho_0)H \frac{rdr}{(r^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}}$$

これを積分して、求める重力加速度の差は、

$$\Delta g = 2\pi GD(\rho_1 - \rho_0)H \int_0^R \frac{rdr}{(r^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}} = 2\pi GD(\rho_1 - \rho_0)H \left[\frac{-1}{(r^2 + H^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_0^R = 2\pi GD(\rho_1 - \rho_0) \left(1 - \frac{H}{\sqrt{R^2 + H^2}} \right) \quad \text{肢 5}$$

[ポイント]

電磁気学でよく見かける問題で、計算方法は全く同じです。その電磁気学の問題を解いた経験がないとなかなか難しいのではないかと思います。