

[ 解答 ]

$$f(x) = \phi_1(x) \phi_2'(x) - \phi_1'(x) \phi_2(x)$$

とおく。このとき、

$$f(x) = \phi_1'(x) \phi_2'(x) + \phi_1(x) \phi_2''(x) - \phi_1'(x) \phi_2'(x) - \phi_1''(x) \phi_2(x) = \phi_1(x) \phi_2''(x) - \phi_1''(x) \phi_2(x) = k^2 \phi_1(x) \phi_2(x) - k^2 \phi_1(x) \phi_2(x) = 0$$

したがって、 $f(x) = C$ (定数)となる。

ここで、

$$\begin{vmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_1' & \phi_2' \end{vmatrix} = f(x)$$

であり、一般に行列  $A, B$  に対して、

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}, \quad |AB| = |A| |B|$$

となるので、 $\det T = 1$  肢 1

[ ポイント ]

与えられた微分方程式に、1 階微分の項がありません。そこで、とりあえず行列式を微分して 2 階微分の形をだしてみようかな、と思わないと手がかりがつかめないのではないかと思います。これを微分する必然性はありませんし。実際に計算してみると、あっけなく解決しますが、少し難しい問題だと思います。